4

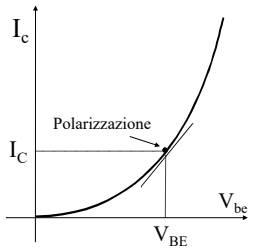
AMPLIFICATORI A SINGOLO TRANSISTORE *BJT*

4.1 Polarizzazione dei circuiti con BJT.
4.1.1. Regole pratiche
4.2 Comportamento del BJT su segnale
4.2.1 Relazione transcaratteristica su segnale (caso di $V_A=\infty$)
4.2.2. La resistenza di Base
4.2.3 Transconduttanza di un BJT reale
4.2.4 Circuito equivalente per piccoli segnali
4.3 Stadi amplificanti con l'Emettitore comune
4.3.1 Polarizzazione del circuito
4.3.2 Guadagno di tensione in regime lineare
4.3.3 Massimo guadagno lineare di tensione
4.3.4 Resistenza di ingresso e di uscita
4.3.5 Errore di linearità
4.3.6 Distorsione armonica
4.3.7 Dinamica di ingresso e di uscita
4.3.8 Effetto della tensione di Early finita
4.4 BJT pilotato da segnali di corrente
4.5 Stadi BJT con resistenza sull'Emettitore
4.5.1 Calcolo della polarizzazione
4.5.2 Calcolo dell'amplificazione di tensione
4.5.3 Calcolo della partizione del segnale
4.5.4 Impedenza di ingresso
4.5.5 Distorsione armonica
4.5.6 Effetto sul guadagno della tensione di Early

4.1 POLARIZZAZIONE DEI CIRCUITI CON BJT

In analogia a quanto visto per il MOSFET nel Cap.3, anche il BJT può essere utilizzato applicando una tensione di comando V_{be} tra Base ed Emettitore per generare una corrente I_c circolante al suo interno e disponibile in uscita al Collettore, il cui valore è definito dalla relazione transcaratteristica esponenziale:

$$I_c = I_S e^{\frac{V_{be}}{kT/q}} \tag{4.1}$$



Scegliere *il punto di lavoro* di un BJT in un circuito, ovvero ***polarizzarlo***, significa mettersi nelle condizioni di massimizzare la variazione della corrente di Collettore quando si varia la tensione di comando. Ciò avviene quando ci si mette nel punto di lavoro in cui la pendenza della curva transcaratteristica è massima, compatibilmente con altri vincoli. L'applicazione di un segnale ad un circuito va intesa come una variazione dei valori di corrente e di tensione che sono stati fissati dalla polarizzazione.

Riassumiamo qui i requisiti che devono essere soddisfatti dal circuito di polarizzazione dei transistori :

1) il punto di lavoro deve essere *ben definito*. Il circuito deve consentire di fissare in modo semplice e preciso i valori di correnti e di tensioni di polarizzazione desiderati.

2) Il punto di lavoro deve *essere stabile*. Il circuito deve fissare le correnti e le tensioni in modo che siano il più indipendenti possibile dai parametri dei transistori, da loro variazioni con la temperatura o da sostituzione dei componenti.

3) Il circuito deve consentire l'*applicazione di tutta la variazione prevista del segnale* senza che il dispositivo esca dalla regione attiva diretta di funzionamento ed entri in saturazione o in interdizione.

Oltre alla (4.1), il principio di funzionamento del BJT ci impone di soddisfare anche la relazione per le correnti:

$$I_c = I_b \beta \tag{4.2}$$

4.1.1 Regole pratiche

Per il calcolo delle correnti e delle tensioni in un circuito con BJT è utile attenersi alla seguente semplice regola pratica: si supponga a priori che il dispositivo sia stato progettato con l'**area corretta** e sia polarizzato in zona attiva diretta, in modo da assumere che tra Base ed Emettitore ci sia una tensione pari a circa $\mathbf{V_{BE} \cong 0.7V}$. Questa assunzione consente in genere di ricavare tutte le correnti e le tensioni nel circuito. Alla fine si verifichi che questa assunzione non abbia generato qualche incongruenza e che la tensione tra Base e Collettore mantenga la giunzione in inversa o al più in debole diretta, mai maggiore di 0.5V. All'atto della realizzazione del circuito, bisognerà accertarsi di avere scelto un transistore con area adeguata a portare quella corrente.

In base al principio di funzionamento del BJT, si sarebbe indotti a realizzare un circuito fissando direttamente la tensione V_{BE} per ottenere la desiderata I_C da mandare su di un carico R_L, come ad esempio mostrato nella Fig.4.1 a sinistra. In questo modo, che chiameremo polarizzazione di tensione, però:

i) la corrente di collettore (4.1) dipenderebbe direttamente dalla corrente di saturazione inversa I_S del BJT (variabile da esemplare ad esemplare anche di 2 o 3 ordini di grandezza) e non sarebbe possibile né prevedere il valore di I_C né tantomeno confidare che il circuito porti la stessa corrente quando il transistore dovesse essere sostituito;
ii) data la relazione esponenziale tra V_{BE} e I_C, piccole variazioni di V_{BE} determinerebbero ampie variazioni di I_C, per cui non si conoscerebbe mai con precisione la effettiva corrente di Collettore.

Per tali motivi **la polarizzazione di tensione di un BJT è da evitare**.

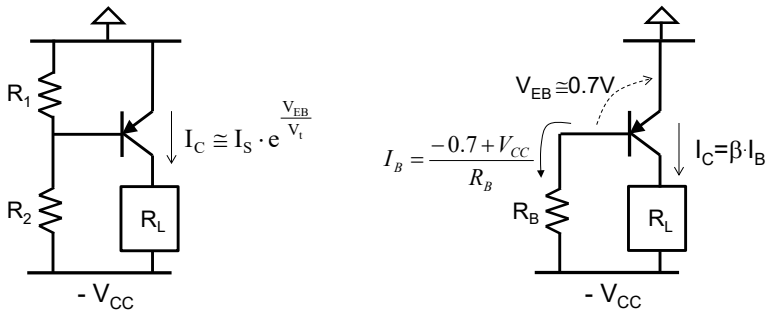


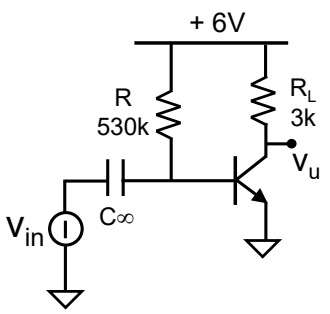
Fig. 4.1 *Polarizzazione di tensione di un BJT (a sinistra) e di corrente di Base (a destra).*

Meglio sarebbe progettare i circuiti in modo che sia fissata la corrente di Base I_B, da cui I_C dipende solo linearmente attraverso β, come dalla (4.2). Questo è il caso del circuito della Fig.4.1 a destra. Ipotizzando infatti di avere scelto il transistore con l'area adatta a portare la corrente di polarizzazione prevista, la tensione tra Base e Emettitore sarà praticamente pari a 0.7V e permette di calcolare la corrente di Base e conseguentemente quella di collettore. Questo tipo di **polarizzazione di corrente di Base** è quindi sicuramente meglio della precedente. Purtroppo anche il β è un parametro sensibile che dipende dai processi di fabbricazione (in particolare drogaggi di emettitore e di base) ed è variabile con la temperatura (n_i, V_t). I costruttori indicano come possibili variazioni di β anche del 50% tra lotti diversi, comunque molto inferiori alle variazioni di I_S visti sopra.

Per fare meglio, come abbiamo visto per i generatori di corrente, bisogna aggiungere una resistenza tra Emettitore e l'alimentazione. In effetti quest'ultimo schema, che potremmo chiamare **polarizzazione con resistenza di Emettitore**, è di gran lunga il più stabile e quindi il più utilizzato e lo analizzeremo in dettaglio nel paragrafo §4.5

E 4.1

(a) - Calcolare la polarizzazione del seguente circuito, il cui transistore ha un β nominale pari a 100.
(b) - Calcolare la variazione della corrente di Collettore al variare di ±50% del valore del β del transistore.
(c) – Calcolare il massimo valore di β oltre il quale il transistore entrerebbe in saturazione?



(*a*) - Supponendo che il transistore funzioni nella zona attiva diretta, la tensione V_{BE} sarebbe pari circa a 0.7V. La corrente di Base è quindi $I_B \cong 5.3V/R = 10\mu A$ e la corrente di Collettore $I_C = \beta I_B = 1mA$. Il potenziale del morsetto d'uscita è pari a $V_u = 3V$, la giunzione Base-Collettore è polarizzata inversamente di 3V-0.7V=2.3V e quindi il BJT opera effettivamente in zona attiva, come ipotizzato all'inizio. Si noti come una differente scelta del valore di V_{BE} (ad esempio $V_{BE}=0.67V$ o $V_{BE}=0.72V$ come potrebbe verificarsi in pratica) non avrebbe condotto a valutare una polarizzazione significativamente diversa.
(*b*) - In un circuito di questo tipo il valore di I_C dipende direttamente dal β del transistore secondo la relazione $I_C = \beta I_B$. Pertanto la sensibilità della polarizzazione al variare del β è esprimibile come:

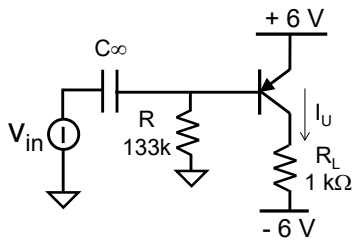
$$\frac{\partial I_c}{\partial \beta} = I_B = \frac{I_c}{\beta} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial I_c}{I_c} = \frac{\partial \beta}{\beta}$$

Una variazione del 50% del β comporta quindi una variazione del 50% di I_C.
(*c*) - Il transistore entra in saturazione quando Vu=+0.2V, a cui corrisponde I_C=1.93mA e quindi β=193 (δβ/β<+93%).

E 4.2

Studiare la polarizzazione del circuito accanto utilizzante un BJT con β=200.

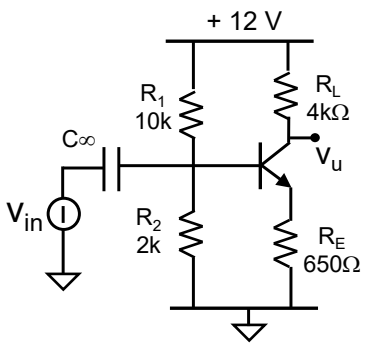
.



[V_B=5.3V, I_B=40μA, I_C=8mA, V_u=+2V]

E 4.3

a) Studiare la polarizzazione del seguente circuito (β=100);
b) calcolare la sensibilità della corrente di collettore ad una variazione del β del transistore del 20%.



a) Il calcolo può essere impostato supponendo dapprima che la corrente di Base del BJT sia trascurabile rispetto a quella circolante nel partitore costituito da R_1 ed R_2. In questo modo il potenziale del morsetto di Base è determinato unicamente dalla partizione resistiva. Alla fine della valutazione della polarizzazione si verifica l'ipotesi fatta, eventualmente ripetendo il calcolo con il nuovo valore di I_B.
Posto I_B=0, il potenziale di Base è V_B≅+2.0V. Il potenziale di Emettitore è quindi V_E=1.3V. La corrente di Emettitore è proporzionale alla differenza di potenziale ai capi di R_e (pari a 1.3V) e vale I_E=2mA. Trascurando la corrente di Base (I_B=20μA), si ha che I_C≈I_E=2mA (l'errore che si commette nel valutare I_C è in questo caso solo dello 1% accettabile perché dello stesso ordine di precisione delle resistenze che si dovranno utilizzare nel circuito). Il potenziale del Collettore è V_C≅+4V che confrontato con il valore alla Base assicura che il BJT operi nella zona corretta di funzionamento.

Se si ripetesse il calcolo, tenendo conto del valore della corrente di Base trovata, I_B=20μA (che è solo il 2% della corrente che fluisce nel partitore R_1,R_2), la polarizzazione non varierebbe significativamente rispetto ai valori precedentemente determinati. Infatti si troverebbe V_B=1.966V per cui il potenziale dell'Emettitore, e quindi la corrente nel transistore, varierebbe di meno del 2% rispetto al valore calcolato in prima approssimazione. Una variazione così piccola non giustifica la ripetizione del calcolo: il progettista si affiderà alla precisione dei programmi di simulazione circuitale per il dettaglio di calcolo.

b) La corrente di polarizzazione del dispositivo, pari a $I_C \cong (V_B-0.7V)/R_e$, risulta pochissimo dipendente dal valore di β. Con $\Delta\beta/\beta$=20%, si ha β=120. In questa situazione il calcolo iterativo porta, con I_B=16.7μA, a V_B=1.972V. La variazione è quindi solo dello 0.3% nonostante il 20% di variazione di β! Si tenga presente che una variazione di β determina una variazione del potenziale V_B della base tanto minore quanto più la corrente nel partitore è grande: il prezzo da pagare per essere stabili è una maggiore dissipazione di potenza nel partitore di polarizzazione del Gate.

4.2 COMPORTAMENTO DEL BJT SUL SEGNALE

4.2.1 Relazione transcaratteristica su segnale (caso di $V_A=\infty$)

L'analisi del comportamento di un transistore BJT, quando tra Base ed Emettitore è applicato un <u>segnale</u> di tensione v_{be}, parte dalla relazione esponenziale che lega la tensione Emettitore-Base e la corrente di Collettore. Mettendo in evidenza le grandezze stazionarie, V_{BE}, e le loro variazioni, v_{be}, si ha

$$I_{TOT} = I_s \cdot e^{\frac{q(V_{BE}+v_{be})}{kT}} = I_s \cdot e^{\frac{q\,V_{BE}}{kT}} \cdot e^{\frac{q\,v_{be}}{kT}} = I_C \cdot e^{\frac{q\,v_{be}}{kT}} \tag{4.3}$$

dove I_C è la corrente di polarizzazione del BJT. Sviluppando in serie l'esponenziale e ricordando che $kT/q=V_{th}$ si ha

$$I_{TOT} = I_C + \frac{I_C}{V_{th}} \cdot v_{be} + \frac{I_C}{2 \cdot V_{th}^2} \cdot v_{be}^2 + \frac{I_C}{6 \cdot V_{th}^3} \cdot v_{be}^3 + \cdots \tag{4.4}$$

Il primo addendo è la sola corrente di polarizzazione del Collettore, I_C; nel secondo addendo si riconosce la transconduttanza $g_m=I_C/V_{th}$ del BJT e negli altri addendi compaiono potenze crescenti del rapporto $(v_{be}/V_{th})^n$ tra il segnale applicato e la tensione termica $V_{th}=kT/q$. In analogia a quanto fatto con il MOSFET, si possono fare le seguenti considerazioni:

(*a*) - L'analisi del comportamento di un BJT può essere svolta separando la polarizzazione dal funzionamento su segnale,:

$$I_{TOT}=I_C + i_c \tag{4.5}$$

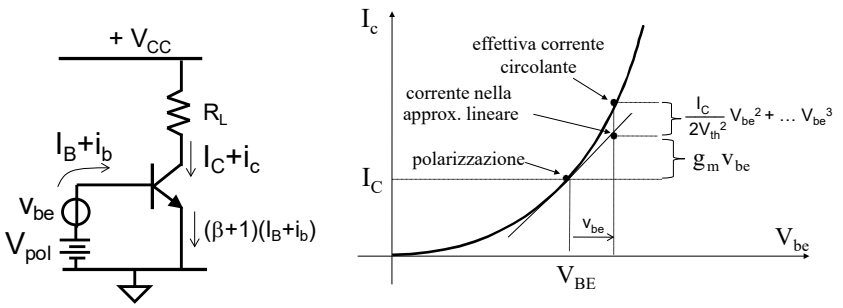


Fig. 4.2 *Correnti e tensioni in un circuito a BJT e curva transcaratteristica con indicati i termini che concorrono a definire la corrente totale circolante, I_c*

(*b*) – Il segnale i_c è calcolabile precisamente solo se si sommano tra loro gli infiniti termini a potenza crescente di v_{be} che compaiono nella (4.4):

$$i_c = g_m \cdot v_{be} + \frac{I_C}{2 \cdot V_{th}^{\,2}} \cdot v_{be}^{\,2} + \frac{I_C}{6 \cdot V_{th}^{\,3}} \cdot v_{be}^{\,3} + \ldots \tag{4.6}$$

Tuttavia se ci si trova nella condizione di $\mathbf{v_{be} << 2V_{th}}$, che chiameremo **condizione di piccolo segnale per il BJT**, il termine di 1° grado è prevalente rispetto agli altri e la variazione di corrente è ben approssimabile dal solo primo addendo :

$$i_c \cong g_m v_{be} \tag{4.7}$$

ed il legame risulta **lineare**.

Confrontanto tra la transconduttanza del BJT e quella del MOSFET

$$g_m\big|_{BJT} = \frac{I_C}{V_{th}} \qquad\qquad g_m\big|_{FET} = \frac{2 \cdot I_D}{(V_{GS} - V_T)}$$

Si nota come, a parità di corrente portata dal transistore, la g_m del BJT sia normalmente maggiore di quella del MOSFET grazie al valore più piccolo del denominatore V_{th} (V_{th}=25mV a T=300K) rispetto alla tensione di overdrive del MOSFET (V_{od} di qualche centinaio di mV).

Come sempre vale la considerazione che maggiore è la polarizzazione, maggiore è la transconduttanza, a scapito della potenza dissipata.

(c) - L'errore che si commette nel considerare la sola variazione lineare i_c di corrente data dalla (4.7) invece della reale variazione contenuta nei termini di potenza maggiore della (4.6) è espresso dalla relazione

$$\varepsilon[\%] = \frac{\dfrac{I_C}{2 \cdot V_{th}^{\,2}} \cdot v_{be}^{2} + \cdots}{\dfrac{I_C}{V_{th}} \cdot v_{be}} \cong \frac{v_{be}}{2 \cdot V_{th}} \tag{4.8}$$

Si nota come la grandezza di riferimento sia la tensione $2 \cdot V_{th}$=50mV, mentre per i MOSFET è la tensione di overdrive, generalmente ben maggiore. Quindi, a pari segnale applicato, **la non linearità del transistore bipolare è normalmente maggiore della non-linearità dei FET**. Questo risultato non stupisce perché il

BJT ha una caratteristica esponenziale, quindi più "diversa" da una retta della parabola dei FET. Si noti inoltre che nel BJT, a differenza del MOSFET, l'errore di linearità ε è indipendente dalla polarizzazione.

Nel caso in cui l'errore non sia trascurabile, la (4.8) ci dà modo di riscrivere la (4.7) nella seguente forma sintetica:

$$i_c \cong g_m v_{be}(1+\varepsilon) \tag{4.9}$$

molto comoda quando si voglia calcolare il valore della corrente di segnale circolante in un transistore di un circuito elettronico, evidenziando il raffronto tra l'entità del termine lineare (1) e quella del termine quadratico o superiore (ε).

(*d*) - L'escursione del segnale di tensione tra Base-Emettitore deve essere comunque tale da far rimanere questa giunzione polarizzata direttamente, così da avere un'iniezione di carica che sostenga la corrente di Collettore (se non verificato il BJT si spegne). Inoltre la giunzione Base-Collettore deve rimanere polarizzata inversamente in modo da raccogliere al Collettore i portatori che diffondono nella Base (se non verificato, il BJT entra in saturazione).

4.2.2 La resistenza di base

La Fig.4.3 aiuta a calcolare la resistenza vista guardando nella Base del transistore quando l'Emettitore è a massa. Questa impedenza infatti non è infinita come nel MOSFET a causa della presenza di una corrente di Base finita i_b necessariamente circolante nel dispositivo quando si applica un segnale di tensione v_b. Il rapporto tra queste due grandezze fornisce la resistenza cercata.
Con riferimento alla Fig.4.3 si imposta il sistema con le seguenti due equazioni :

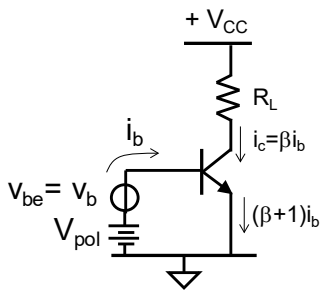


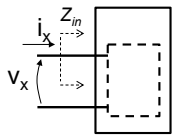
Fig. 4.3 *Schema delle correnti e delle tensioni in un BJT per il calcolo della resistenza di piccolo segnale guardando dentro la Base.*

$$\begin{cases} i_c = v_b \cdot g_m \\ i_c = i_b \cdot \beta \end{cases} \tag{4.10}$$

Risolto, esso fornisce la resistenza *vista guardando* nella Base, spesso indicata con r_π, pari a

$$\boxed{r_\pi = \frac{v_b}{i_b} = \frac{\beta}{g_m}} \tag{4.11}$$

CALCOLO DELL'IMPEDENZA VISTA



La conoscenza dell'impedenza è utile perché consente di calcolare quanta corrente bisogna fornire in un punto di un circuito contemporaneamente alla tensione lì applicata. Per calcolare l'impedenza vista tra un punto di un circuito e massa (o tra due punti di un circuito) :

- si applica tra i due morsetti un segnale di tensione, v_x, e si determina la corrente i_x corrispondentemente assorbita dal circuito, oppure
- si forza un segnale di corrente i_x e si determina la tensione v_x che si sviluppa tra i morsetti.

L'impedenza sarà semplicemente il rapporto tra le due grandezza : $Z_{in} = \frac{v_x}{i_x}$.

Nella valutazione delle impedenze si è interessati ai segnali, ovvero alle **variazioni** delle grandezze stazionarie di polarizzazione. Pertanto i generatori di tensione già presenti nel circuito (tipicamente quelli delle alimentazioni) devono essere pensati cortocircuitati. Infatti, a fronte di un qualunque segnale forzante, le tensioni da loro erogate non variano e quindi i punti di connessione dei componenti con le alimentazioni non registreranno alcuna variazione di potenziale: *i generatori di tensione, sul segnale, si comportano come punti fissi in tensione (punti di massa)*. Viceversa, *i generatori di corrente presenti nel circuito, sul segnale, si comportano come dei circuiti aperti*. Infatti, a fronte di un qualunque segnale forzante, le correnti da loro erogate non variano e dunque il segnale non può attraversarli.

Nel calcolare le resistenze si presuppone che i segnali di sonda siano dei piccoli segnali e che quindi *il circuito operi e risponda linearmente*. Pertanto, quando nel circuito siano presenti dei componenti non lineari come un transistore, se ne usano i parametri di piccolo segnale (g_m) attorno alla loro polarizzazione.

4.2.3 Transconduttanza di un BJT reale

La relazione transcaratteristica di un BJT reale non è semplicemente data dalla (4.1) ma, come visto nel Cap.3, meglio approssimata dalla seguente espressione:

$$I_C = I_0 \cdot e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} + I_0 \cdot e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} \frac{V_{CE}}{V_A} = I_0 \cdot e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} \cdot \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right) \tag{4.12}$$

Essa si riflette nelle curve caratteristiche non più orizzontali nella zona attiva diretta ma pendenti e praticamente convergenti nel punto V_A. Anche la transconduttanza:

$$g_m = \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} = \frac{I_0 \cdot e^{\frac{qV_{BE}}{kT}} \cdot \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right)}{V_{th}}$$

risente del termine correttivo $(1+V_{CE}/V_A)$. La sua espressione:

$$g_m = \frac{I_C}{V_{th}} \tag{4.13}$$

è rimasta formalmente invariata, ma ricordarsi che I_C è l'effettiva corrente totale portata dal transistore. ***Un BJT reale porta quindi una corrente di polarizzazione maggiore ed ha anche una transconduttanza maggiore di quella di un BJT ideale.*** La Fig.4.4 visualizza questa situazione in cui la transconduttanza è data dal salto da una curva caratteristica alla successiva, maggiore in un BJT reale (a pari δV_{BE}) perché le curve caratteristiche si aprono a ventaglio con V_A fisso.

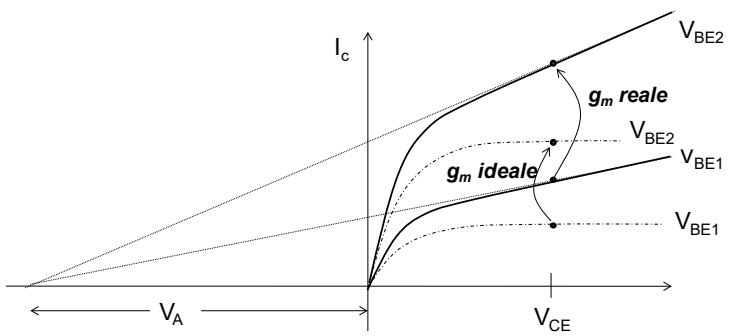


Fig. 4.4 *Confronto delle curve caratteristiche reali con quelle ideali in un BJT. Si noti come la transconduttanza reale sia maggiore di quella ideale.*

Si noti che l'intercetta sull'asse delle ordinate dei prolungamenti delle curve caratteristiche è pari a $I_C=\beta I_B$ oppure, equivalentemente, a $I_C=I_s\exp(V_{BE}/V_{th})$ vale a dire alla corrente che circolerebbe in un transistore ideale. Grazie a ciò è possibile stimare il valore di r_0 come:

$$r_0 = \frac{V_A}{I_0 \cdot e^{\frac{qV_{BE}}{kT}}} \qquad \text{oppure} \qquad r_0 = \frac{V_A}{\beta \cdot I_B}$$

4.2.4 Circuito equivalente per piccoli segnali

Il transistore può essere sostituito, per quanto riguarda il suo comportamento su piccolo segnale, da un circuito equivalente lineare, chiamato **circuito equivalente per piccoli segnali**, come quello della Fig.4.5, molto usati nei simulatori automatici di circuiti. Confrontandoci con il modello del MOSFET, si può notare la presenza della resistenza r_π tra Base ed Emettitore laddove nel MOSFET c'è la resistenza infinita tra Gate e Source a causa dell'ossido isolante. Questa resistenza rende conto del fatto che i BJT assorbano comunque un segnale di corrente di Base pari a $i_b=i_c/\beta$ dal generatore di comando v_{be}. Il modello mostra anche la resistenza finita d'uscita r_0, tra Collettore ed Emettitore.

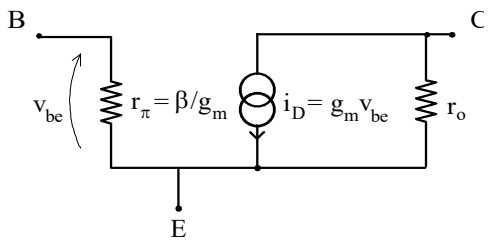


Fig. 4.5 *Circuito equivalente per piccoli segnali del BJT.*

4.3 STADI AMPLIFICANTI CON L'EMETTITORE COMUNE

Quale esempio di analisi del comportamento su segnale di un circuito con BJT, si consideri il circuito della Fig.4.6 di cui si voglia calcolare la variazione del segnale di uscita quando al potenziale stazionario della Base è sovrapposto un segnale sinusoidale di 4mV.

4.3.1 Polarizzazione del circuito

La polarizzazione del circuito, calcolata in E4.2, fornisce I_C=8mA e g_m=320mA/V.

4.3.2 Guadagno di tensione in regime lineare

Poiché il potenziale dell'Emettitore è fisso, il segnale applicato, v_{in}, fa variare direttamente la tensione V_{eb} e determina, nell'approssimazione di comportamento lineare, una variazione della corrente di Collettore pari a $i_c=g_m v_{eb}$=1280μA e, corrispondentemente, una variazione del potenziale V_u pari a

$$|v_u| = g_m \cdot R_L \cdot v_{eb} = 1.28V$$

Il guadagno di tensione in regime lineare dello stadio è quindi

$$\boxed{G = -g_m \cdot R_L} = -320. \qquad (4.14)$$

Il segno meno rende conto dello sfasamento di 180° tra la sinusoide d'ingresso e quella di uscita: quando v_{in} sale, il comando V_{eb} del BJT si riduce e quindi il transistore porta globalmente meno corrente. Questo comporta una minore caduta di tensione sul carico e quindi una discesa di V_u. Quando v_{in} scende avviene il contrario. Si noti come il guadagno di questo amplificatore a BJT sia molto più

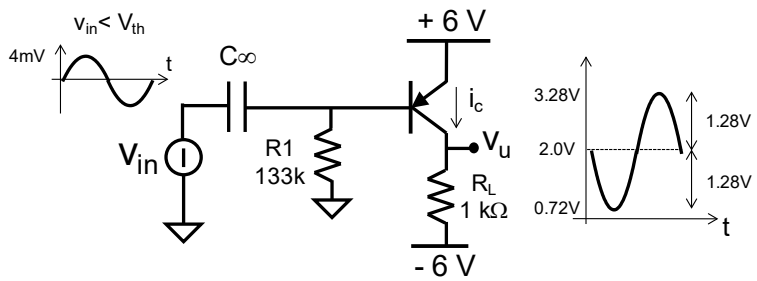


Fig. 4.6 *Amplificatore a BJT ad Emettitore Comune (β=200) la cui risposta in uscita è disegnata nell'approssimazione di guadagno lineare.*

grande di quello di un analogo stadio a FET, grazie al valore molto più elevato della transconduttanza del BJT a pari corrente portata.

4.3.3 Massimo guadagno lineare di tensione

Se ci si chiedesse quale sia il massimo guadagno lineare ottenibile da un circuito come quello della Fig.4.6 potendone modificare g_m e/o R_L, si potrebbe esprimere la transconduttanza mettendo in evidenza la corrente che fluisce nel transistore:

$$G = -g_m R_L = -\frac{I_C}{V_{th}} R_L = -\frac{V_R}{V_{th}} \tag{4.15}$$

dove V_R è la caduta di tensione ai capi del resistore di carico. Si vede che la presenza di un resistore come elemento di carico fa sì che il *guadagno dello stadio sia limitato da V_R.* : per avere un grande guadagno su segnale bisogna quindi polarizzare con una grande caduta di tensione sulla resistenza di carico R_L (cioè grande g_m o grande R_L). Questo si traduce in una elevata tensione di alimentazione e quindi in un alto consumo di potenza elettrica.
Se si disponesse di segnali di ingresso unipolari si potrebbe polarizzare il BJT al limite della saturazione e quindi $I_C R_L$ diventerebbe praticamente pari alla tensione globale di alimentazione dello stadio tolto il piccolo valore di V_{CEsat}, per cui

$$G_{max} < -\frac{V_{a\,lim}}{V_{th}} \tag{4.16}$$

Nel nostro esempio, G_{max}< -12V/25mV=-480. Più di questo valore non sarà possibile ottenere a meno di aumentare le alimentazioni o di sostituire il resistore di carico con un generatore di corrente.
Da notare, per confronto con la (3.27), che il guadagno ottenibile da un amplificatore a BJT a pari alimentazione e polarizzazione, è ben maggiore di quello ottenibile con un MOSFET.

4.3.4 Resistenza di ingresso e di uscita

E' importante calcolare l'impedenza di ingresso e di uscita di uno stadio amplificante perché essa determina:

i) la frazione del segnale erogato dal generatore forzante effettivamente disponibile per comandare l'amplificatore e
ii) la potenza che il generatore deve fornire al circuito.

Nel caso del circuito della Fig.4.6 in cui il generatore di tensione è supposto ideale, non si ha partizione tra v_{in} ed il comando v_{eb}. L'impedenza di ingresso dell'amplificatore, pari a

$$R_{in} = R_1 \| (\beta / g_m) = 625\Omega \tag{4.17}$$

determina quindi l'entità della corrente che il generatore di segnale deve contemporaneamente fornire all'amplificatore per effettivamente applicare la tensione di ±4mV, pari a

$$i_{in} = \frac{v_{in}}{Z_{in}} = 6.4\mu A$$

La potenza massima richiesta al generatore di segnale è quindi di circa 26nW. Se il generatore non riuscisse a fornire questa potenza non riuscirebbe nemmeno ad applicare la tensione di ±4mV.

4.3.5 Errore di linearità

I valori delle correnti e delle tensioni di segnale appena trovati con l'approssimazione lineare non sono quelli presenti realmente nel circuito. Infatti, della reale variazione di corrente stimolata da v_{eb}

$$i_c = g_m \cdot v_{eb} + \frac{I_C}{2 \cdot V_{th}^2} \cdot v_{eb}^2 + \frac{I_C}{6 \cdot V_{th}^3} \cdot v_{eb}^3 + \cdots \tag{4.18}$$

abbiamo calcolato, con l'approssimazione lineare, solo il primo addendo, pari a 1.28mA. Il secondo addendo può anch'esso essere calcolato e risulta pari a circa 100μA. I termini successivi, quando $\mathbf{v_{be} < 2V_{th} = 50mV}$, possono essere trascurati perché sicuramente minori del termine di 2 grado (quando v_{be}>50mV il segnale verrà così distorto che qualunque analisi carta&penna sarebbe insufficiente e si dovrà ricorrere necessariamente ad una simulazione al computer). Il termine di

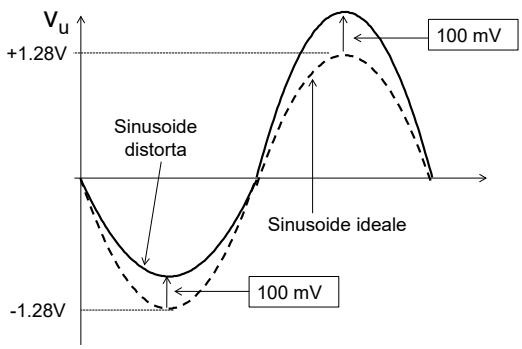


Fig. 4.7 *Forma d'onda del segnale di tensione all'uscita del circuito di Fig. 4.6.*

secondo grado prima trascurato corrisponde al

$$\varepsilon = \frac{V_{be}}{2V_{th}} = 8\% \quad (100\mu A/1.28mA)$$

Questo è in termini percentuali l'errore che si commette procedendo con la sola analisi lineare invece di affrontare il calcolo almeno fino al termine quadratico.

Si faccia attenzione che l'errore che si commette non è simmetrico: infatti il termine quadratico della (4.18) è sempre positivo e sempre si somma o si sottrae al termine lineare. Con l'aiuto della Fig.4.7, il segnale all'uscita ha un'ansa positiva maggiore rispetto ad una sinusoide ideale (perché la corrente totale I_c è maggiore di quella calcolata con il solo termine lineare) ed un'ansa negativa minore (perché la corrente totale I_c è minore di quella calcolata con il solo termine lineare).

4.3.6 Distorsione armonica

Il fatto che la forma d'onda di uscita (Fig.4.7) sia distorta impone che per essere ricostruita si debbano generare tante sinusoidi aventi frequenze e fasi differenti, che si sommino tra loro opportunamente. Al fine di calcolare questo spettro di frequenze applichiamo all'ingresso della (4.18) un segnale sinusoidale v_{in}=Asin(ωt). ad una frequenza prefissata ω=2πf.

L'equazione, notando che v_{in}=-v_{eb}, diventa:

$$i_c = -g_m \cdot A \cdot \sin(\omega t) + \frac{I_C}{2 \cdot V_{th}^2} \cdot A^2 sin^2(\omega t) - \frac{I_C}{6 \cdot V_{th}^3} \cdot A^3 sin^3(\omega t) + \cdots \quad (4.19)$$

Equivalentemente :

$$i_c = -g_m A \sin(\omega t) + \frac{I_C}{2 \cdot V_{th}^2} \frac{A^2}{2} (1 - \cos(2\omega t)) - \frac{I_C}{6 \cdot V_{th}^3} A^3 \left(\frac{3\sin(\omega t) - \sin(3\omega t)}{4} \right)$$

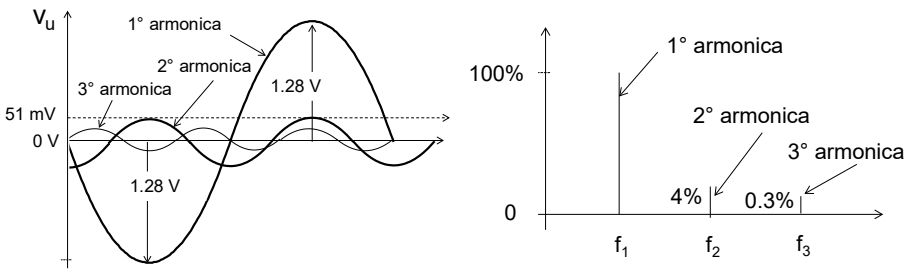


Fig. 4.8 *Visualizzazione delle armoniche presenti all'uscita dell'amplificatore a BJT della Fig.4.6 prodotte dalla sua transcaratteristica non lineare e (destra) spettro delle armoniche presenti in uscita.*

Raccogliendo i termini di una stessa frequenza si ottiene :

$$i_c = \frac{I_C}{2 \cdot V_{th}^2}\frac{A^2}{2} - \left(g_m A + \frac{I_C}{6 \cdot V_{th}^3}A^3\frac{3}{4}\right)\sin(\omega t) - \frac{I_C}{2 \cdot V_{th}^2}\frac{A^2}{2}\cos(2\omega t) + \frac{I_C}{6 \cdot V_{th}^3}A^3\frac{3}{4}\sin(3\omega t) + \cdots$$

Nel caso ci si voglia concentrare sulla tensione di uscita, si ottiene:

$$v_u = \frac{R_L I_C}{2 \cdot V_{th}^2}\frac{A^2}{2} - \left(g_m R_L A + \frac{R_L I_C}{6 \cdot V_{th}^3}A^3\frac{3}{4}\right)\sin(\omega t) - \frac{R_L I_C}{2 \cdot V_{th}^2}\frac{A^2}{2}\cos(2\omega t) + \frac{R_L I_C}{6 \cdot V_{th}^3}A^3\frac{3}{4}\sin(3\omega t) + \cdots \quad (4.20)$$

Il risultato, visualizzato nella Fig.4.8, mostra come la tensione di uscita presenti:

- uno spostamento del valore medio pari a $\frac{R_L I_C}{2 \cdot V_{th}^2}\frac{A^2}{2}$; nel nostro esempio 51.2mV;
- una sinusoide alla stessa frequenza del segnale, sfasata di 180° ed amplificata, ampia nel nostro esempio (1.28V+4mV)≅1.28V;
- una cosinusoide di frequenza doppia (armonica) del segnale di ingresso, ampia $\frac{R_L I_C}{2 \cdot V_{th}^2}\frac{A^2}{2}$; nel nostro esempio 51.2mV;
- armoniche superiori, la cui 3° nel nostro caso avrebbe ampiezza pari a 4mV, trascurabili.

Come nel caso del MOSFET, si usa quantificare il segnale spurio della 2° armonica rispetto alla componente lineare, indicandola come distorsione di 2° armonica (HD_2, 2nd Harmonic Distorsion) :

$$HD_2 = \frac{\frac{I_C A^2}{2 V_{th}^2 2}}{g_m A} = \frac{v_{be}}{4V_{th}} = \frac{\varepsilon}{2} \quad (4.21)$$

Spesso il valore di distorsione è fornito in percentuale. Nel nostro caso HD_2=4% che sta ad indicare che la componente a frequenza doppia è ampia il 4% della sinusoide alla frequenza del segnale. Essa è l'effetto più importante della relazione esponenziale tra la tensione di comando v_{eb} e la corrente i_c prodotta in uscita. Si potrebbe quantificare anche l'entità della 3° armonica rispetto alla prima, chiamandola HD_3, nel nostro caso 0.3%. Se si sommassero tutte le armoniche e le confrontassimo con la forzante si otterrebbe la THD (Total Harmonic Distortion). La distorsione armonica può avere conseguenze importanti nelle prestazioni di un circuito, ad esempio in un amplificatore musicale con la generazione di armoniche

udibili non volute o in un amplificatore per telecomunicazioni con la generazione di toni che vanno ad inserirsi in canali adiacenti di trasmissione.

4.3.7 Dinamica di ingresso e di uscita

Per calcolare il massimo segnale applicabile all'ingresso dell'amplificatore oltre cui il transistore uscirebbe dalla sua corretta zona di funzionamento bisogna ragionare per grandi segnali e distinguere separatamente segnali positivi e segnali negativi applicati all'ingresso.

Nel caso del circuito della Fig.4.6, e con attenzione alla *semionda positiva* applicata all'ingresso, immaginiamo di aumentarne l'ampiezza (vedi Fig.4.9). Il BJT tenderà a portare sempre meno corrente e l'uscita V_u tenderà a scendere verso l'alimentazione negativa. Il limite sarà posto dallo spegnimento (interdizione) del BJT. Questo verrà raggiunto quando si annulla la tensione di comando del BJT, cioè quando l'ingresso raggiunge il valore di circa 0.7V. La Fig.4.9 riporta questa situazione.

Ponendo ora attenzione alla *semionda negativa* in ingresso ed immaginando di aumentarne l'ampiezza, il BJT porterà sempre più corrente e l'uscita salirà sempre più in alto. Il limite sarà posto dalla saturazione del BJT: il Collettore non potrà salire sopra alla Base di più di 0.5V. Poiché in polarizzazione V_B=5.3V e V_u=2V, il massimo spostamento reciproco della Base (in giù) e del Collettore (in su) uno contro l'altro sarà quindi di 3.8V. Prendendo come incognita v_b, e conoscendo il guadagno G tra v_b e v_u, posso pertanto scrivere la seguente espressione:

$$v_b + |G| \cdot v_b = 3.8V$$

Da cui si ricava il valore di v_b=11.8mV. Questo è il massimo segnale negativo applicabile alla Base del circuito, supposto lineare, oltre il quale il BJT entrerebbe in saturazione. La Fig.4.10 mostra questa situazione sulla curva transcaratteristica.

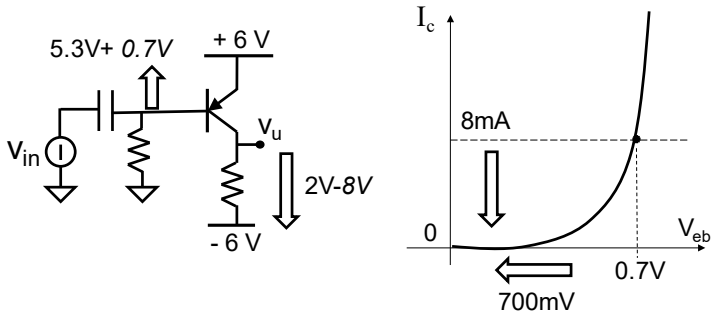


Fig. 4.9 *Calcolo della **dinamica positiva** di ingresso del circuito della Fig.4.6.*

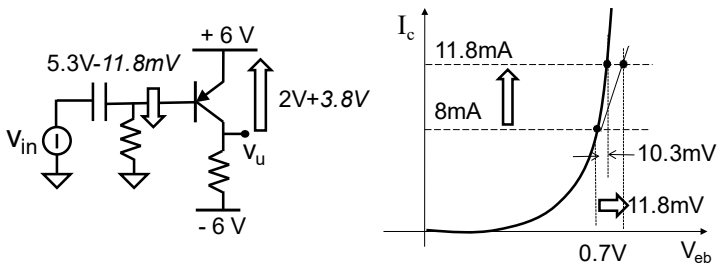


Fig. 4.10 *Calcolo della **dinamica negativa** di ingresso del circuito della Fig.4.6.*

Se si volesse essere più precisi e tener conto della non linearità della risposta del BJT, la relazione precedente potrebbe essere più precisamente impostata come:

$$v_b + \left|G(1+\varepsilon)\right| \cdot v_g = 3.8\text{V}$$

la cui soluzione darebbe una dinamica massima del Gate di 10.3mV, valore inferiore al precedente perché appunto tiene conto anche della risposta non-lineare del transistore.

Concludendo, poiché nel nostro esempio v_b coincide con v_{in}, la dinamica di ingresso del circuito è :

$$-10.3\text{mV} \le v_{in} \le +700\text{mV}$$

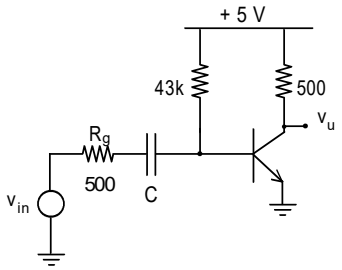
a cui corrisponde una dinamica dell'uscita pari a :

$$-8\text{V} \le V_u \le +3.8\text{V}$$

Si noti come, nella parte di dinamica che fa aumentare la corrente portata dal transistore (semionda negativa in questo esempio), il calcolo sia già sufficientemente preciso considerando la curva transcaratteristica linearizzata. Viceversa, nella parte di dinamica che fa spegnere il transistore (positiva nel nostro esempio) bisogna percorrere tutta la curva transcaratteristica reale.

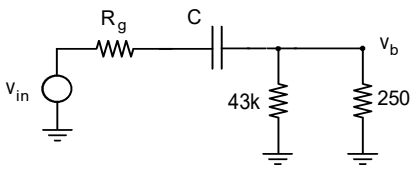
E 4.4

Riferendosi all'amplificatore della figura accanto (β =50),
a) calcolare il valore della capacità di disaccoppiamento C per avere un polo a 1kHz;
b) calcolare l'amplificazione lineare tra v_{in} e v_u a media frequenza.
c) calcolare la potenza richiesta al circuito di comando perché possa erogare una tensione sinusoidale di ampiezza 10mV.
d) ricavare il massimo segnale di ingresso che assicuri una distorsione HD_2 non superiore al 2%.



e) Come cambiereste la resistenza di carico del circuito per massimizzare l'amplificazione ottenibile da questo stadio quando si fosse in presenza di soli segnali di ingresso unipolari negativi

(*a*) - I_C=5mA e resistenza di base $r_\pi=\beta/g_m$=250Ω. Il circuito equivalente della rete di ingresso è quindi come accanto.



Volendo posizionare il polo a f=1kHz si trova C≅210nF. Si noti come, dato il basso valore della resistenza di base dei transistori BJT rispetto al valore elevatissimo della resistenza di Gate nei FET, la capacità di disaccoppiamento necessaria sia di valore molto elevato.
(*b*) - A causa della resistenza R_g finita del generatore di segnale e del basso valore della resistenza di base del transistore, solo una parte del segnale v_{in} applicato all'ingresso del circuito agisce effettivamente tra la Base e l'Emettitore. Il guadagno è quindi ridotto dalla partizione di ingresso e vale

$$v_u = -g_m \cdot R_L \cdot \frac{v_{in}}{R_g + r_\pi \| 43k} \cdot r_\pi \| 43k \quad \Rightarrow \quad G = \frac{v_u}{v_{in}} = -33$$

(c) – Il generatore di segnale deve anche fornire la corrente di Base al BJT oltre alla corrente nelle resistenze fisiche. Con v_{in}=10mV, i_{in}≅10mV/750Ω=13.3μA. La potenza di picco del generatore è quindi di ≅133nW, circa 65nW RMS.

(d) – Dovrà essere v_{be}=2mV, e quindi $v_{in|max}$=6mV.

(e) – Con segnali di ingresso unipolari negativi l'uscita dovrà salire. Per avere la massima escursione dell'uscita, questa può essere polarizzata al suo valore più basso possibile, V_u≅0.2V, con R_L=1kΩ a cui corrisponde un guadagno G=65. Nell'ipotesi di trasferimento lineare si ottiene $v_{in|max}$≅ -70mV. In verità il segnale di ingresso potrà anche essere più ampio (fino a circa 0.7V), ma ormai l'uscita avrà raggiunto un valore così vicino all'alimentazione da non avere più una variazione leggibile della sua tensione.

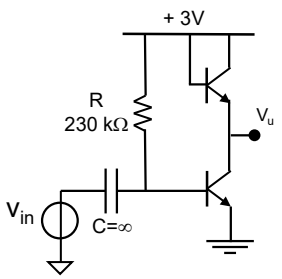
E 4.5

Dopo avere polarizzato il circuito della figura (β=100) :

a) Calcolare il guadagno di piccolo segnale $G=v_u/v_{in}$.

b) Calcolare l'errore di linearità del guadagno nel caso in cui all'ingresso venga applicato un segnale V_{in}=10mV

c) Calcolare l'errore nel caso in cui all'ingresso venga applicato un segnale V_{in}=100mV.



Riflettere sul fatto che la distorsione presente nella corrente di collettore (generata dalla relazione esponenziale tra v_{be} ed i_c) si manifesta uguale nella tensione all'uscita solo quando il carico è lineare, tipicamente una resistenza. Cosa succede quando anche il carico è non lineare, cioè in cui la sua relazione tra i_c e $v_u=v_{be}$ è non lineare ?

[a: G=-1; b: ε=0; c: ε=0]

4.3.8 Effetto della tensione di Early finita

L'esistenza della resistenza d'uscita finita, r_o, tra Collettore ed Emettitore, comporta alcune modifiche al funzionamento del circuito rispetto a quanto visto fino ad ora. In particolare:
1) la polarizzazione viene modificata e la transconduttanza nel nuovo punto di lavoro cambia. La Fig.4.4 visualizza questo aspetto.
2) la presenza di r_0 pone un limite al guadagno di tensione dello stadio. Infatti, come mostrato nella Fig. 4.11, r_o è in parallelo alla resistenza di carico esterna R_L per il segnale. Il segnale di corrente $i_c=g_m \cdot v_{be}$ fluisce quindi in $(R_L \| r_o)$ e determina un guadagno di tensione tra ingresso ed uscita pari a

$$G = \frac{v_u}{v_{be}} = -g_m \cdot \left(R_L \| r_o\right) \tag{4.22}$$

Quando $r_o >> R_L$, come si è sempre supposto fino ad ora, si ritrova l'espressione del guadagno $G=-g_m R_L$. Ma se si pensasse di aumentare il guadagno aumentando R_L, esso non tenderebbe all'infinito ma si fermerebbe al valore

$$G_{max} = \mu = -g_m \cdot r_o = -\frac{V_A}{V_{th}} \tag{4.23}$$

dove V_A è la tensione di Early del BJT. Questo valore massimo del guadagno è indicato in letteratura con la lettera greca μ e, una volta fissata la polarizzazione, dipende solo dal transistore usato.

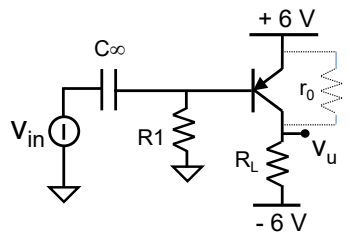
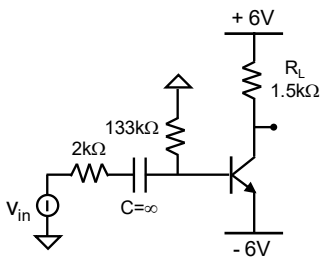


Fig. 4.11 *Visualizzazione della resistenza r_0 nel circuito amplificatore a BJT reale*

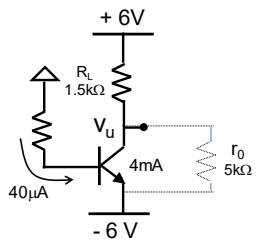
E 4.6

Considerare il seguente circuito che utilizza un transistore bipolare avente β=100 e V_A=20V
a) – calcolare la polarizzazione del circuito;
b) - calcolarne il guadagno di tensione;
c) – calcolare la massima variazione percentuale di β oltre la quale il transistore entrerebbe in saturazione già per la sola polarizzazione;



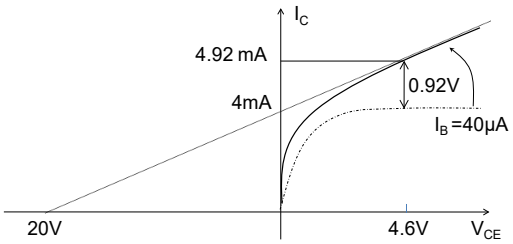
.

a) Se r_0=∞, I_B sarebbe 40μA, I_C=4mA e V_{CE}=5.3V. Con V_A=20V si ottiene r_0=20/4mA=5kΩ. A destra è riportato il circuito equivalente utile per il calcolo della tensione di uscita:



$$\frac{6-V_u}{1.5k\Omega}=4mA+\frac{V_u+6}{5k\Omega}$$

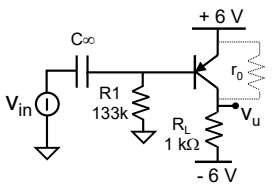
Nella figura seguente è riportato il grafico (non in scala) della curva caratteristica del BJT con indicati i valori delle grandezze di interesse.



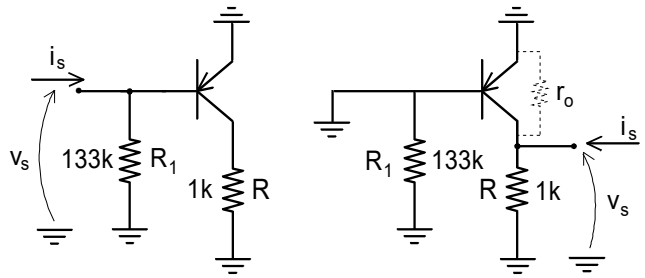
Trovata la I_D=4.92mA, è immediato calcolare la corrispondente transconduttanza g_m=197mA/V.
b) L'impedenza vista dalla base del transistore è β/g_m=508Ω ed il guadagno dell'intero circuito G_{tot}=-46.
c) Il circuito è molto sensibile alle variazioni di β: poiché V_u al massimo può scendere fino a circa -5.8V, la corrente I_C può aumentare fino a 7.8mA e così pure β (196).

E 4.7

Riprendere il circuito della Fig.4.6:
a) – ricalcolare il guadagno lineare nel caso di V_A=50V;
b) - calcolare la dinamica di ingresso del circuito.



E 4.8 *Si consideri il circuito della Fig.4.6. Si determini la sua resistenza di ingresso e di uscita, supponendo che il transistore abbia V_A=50V.*



$R_{in} = v_s / i_s$ $R_u = v_s / i_s$

Per valutare la resistenza di ingresso, si pensi di applicare sul nodo d'ingresso un segnale di tensione v_s e di valutare la corrente, i_s, corrispondentemente assorbita dal circuito. Nella figura tutte le alimentazioni sono state sostituite con delle masse, per sottolineare che sul segnale i punti connessi alle alimentazioni non subiscono variazioni di potenziale. Guardando la figura, risulta evidente che la corrente di segnale, i_s, vede due cammini paralleli verso punti di massa: quello attraverso la resistenza di polarizzazione R_1 e quello attraverso la Base del BJT, che ha una resistenza dinamica pari a β/g_m. Quindi la corrente di sonda i_s e la variazione di tensione v_s sono legati da:

$$i_s = \frac{v_s}{R_1} + \frac{v_s}{\beta/g_m}$$

La resistenza d'ingresso è dunque pari a $R_{in}=v_s/i_s=R_1||\beta/g_m$. Allo stesso risultato si sarebbe giunti se si fosse immaginato di iniettare una corrente sonda i_s e se si fosse misurata la variazione di potenziale v_s. In sostanza la presenza di r_0 non è vista dalla Base del transistore.

Per valutare la resistenza d'uscita si può pensare di applicare un segnale di tensione v_s sul Collettore e di valutare la corrente i_s assorbita. Le non idealità del transistore fanno sì che, a fronte della variazione di tensione v_s, vi sia un assorbimento di corrente sia attraverso r_o che attraverso R_L. Poiché le due resistenze hanno la stessa variazione di tensione ai capi, esse sono viste in parallelo. Quindi la corrente assorbita è $i_s=v_s/(r_o||R)$, e la resistenza d'uscita è $R_u=r_o||R$. All'uscita quindi la resistenza r_0 è vista direttamente verso massa.

4.4 BJT PILOTATO DA SEGNALI DI CORRENTE

Il legame tra la corrente di Base e la corrente di Collettore è quello noto di una amplificazione netta pari a β secondo la relazione

$$I_C=\beta \cdot I_B \quad \text{(polarizzazione)} \qquad i_c=\beta \cdot i_b \quad \text{(segnale)}. \tag{4.24}$$

Viene quindi naturale pensare di usare il BJT anche in questa modalità. Nel caso della polarizzazione, tale possibilità è già stata sfruttata più volte (si vedano ad esempio gli esercizi E4.1 o E4.2).
In questo paragrafo vediamo come trattare un segnale di corrente che venga inviato alla base di un BJT e di cui se ne voglia amplificare il valore. Questa situazione si può verificare ad esempio quando si dispone di un sensore che produca un segnale di corrente o semplicemente quando si volesse collegare un BJT al collettore di un precedente transistore.
Poiché l'impedenza di uscita di un generatore di corrente è in genere elevata, l'accoppiamento tra sensore ed amplificatore può essere fatto in DC senza l'interposizione di un disaccoppiatore. Si noti inoltre che, essendo la (4.24) una relazione lineare, la distorsione armonica all'uscita sarà sostanzialmente nulla fintantoché il carico sia costituito da un componente lineare, come ad esempio una resistenza.

Anche in circuiti di questo tipo vale l'assunzione che si scelga il transistore delle dimensioni giuste la cui tensione risultante di polarizzazione tra Base ed Emettitore sarà di circa 0.7V e che sia essenziale che la giunzione Base-Collettore sia polarizzata in inversa o in diretta di non più di 0.5V.

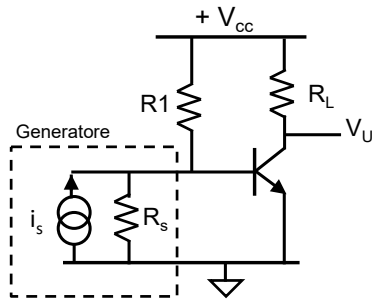


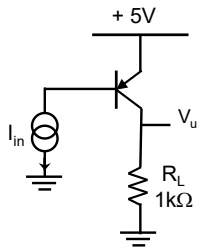
Fig. 4.12 **A***mplificatore a BJT pilotato da un generatore di corrente di segnale.*

E 4.9

Si consideri il circuito accanto il cui BJT abbia β=100 alimentato da un generatore di corrente:

a) Calcolare la tensione di uscita nei tre casi in cui la corrente di ingresso sia I_{in}=10μA, I_{in}=100μA e I_{in}=1mA

b) Per ognuno dei tre casi fornire il valore del rapporto I_c/I_{in} tra la corrente di collettore e la corrente di base.



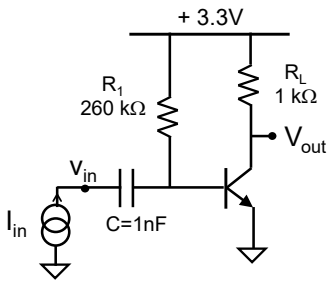
I_{in} non potrà mai essere nulla, pena lo spegnimento del BJT. Quindi una $I_{IN}\neq 0$ di polarizzazione dovrà sempre esserci, a cui sommare i_{in} di segnale. Quando I_{in}=10μA, nell'ipotesi che il transistore operi in zona attiva diretta, I_C=1mA e V_u=+1V. Quindi I_C/I_{IN}=100, come suggerito dal β.
Quando I_{in}=100μA, se il BJT funzionasse correttamente, si avrebbe I_C=10mA. Questo porterebbe il BJT in saturazione con $I_C\cong$5V/1kΩ=5mA. Quindi $I_C/I_{IN}\cong$50.
Quando I_{in}=1mA, il BJT è in saturazione con $I_C/I_{IN}\cong$5.

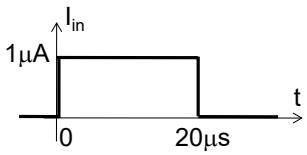
E 4.10

Il seguente amplificatore a transresistenza utilizza un BJT con β=100 e V_A=10V:

a) Calcolare il valore stazionario dell'uscita V_{out}.

b) Disegnare in un grafico quotato l'andamento nel tempo della tensione di uscita, $v_{out}(t)$ quando in ingresso viene applicato un gradino di corrente come in figura:





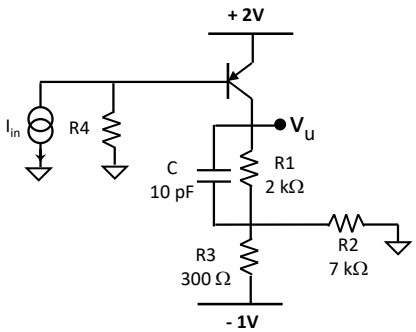
c) Disegnare ora il corrispondente andamento nel tempo della tensione $v_{in}(t)$ ai capi del generatore $I_{in}(t)$ di segnale (si consideri la condizione iniziale $V_{in}(0)$=0V).

E 4.11

Con riferimento al circuito della figura, in cui il BJT ha β=400 e curve caratteristiche ideali ($V_A=\infty$)

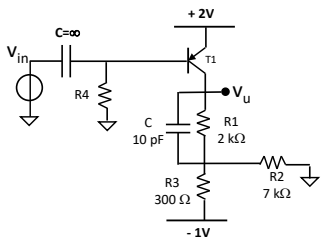
a) Scegliere il valore di R4 affinché V_u=+1.1V quando I_{in}=0.

b) Tracciare l'andamento in frequenza della risposta del circuito (modulo e fase) in un diagramma quotato, indicando il valore del trasferimento a bassa e ad alta frequenza e delle singolarità.



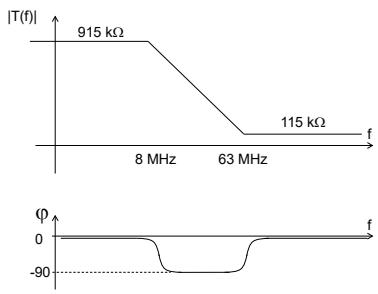
c) Calcolare la massima ampiezza di un segnale sinusoidale di corrente i_{in} applicabile all'ingresso oltre cui il transistore esce dalla zona corretta di funzionamento (0.5V diretta tra base-collettore). Svolgere il calcolo sia per un segnale a bassa frequenza (100Hz) che ad alta frequenza (1GHz)

*d) Paragonare la distorsione armonica del circuito pilotato in corrente con quella che si avrebbe nel circuito accanto **pilotato in tensione**. Calcolare HD_2 con i_{in}=1μA e con v_{in}=10mV e commentare la differenza. .*



a) R4=578kΩ

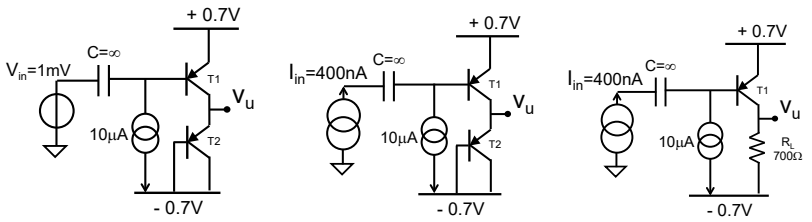
b) Si noti come la funzione di trasferimento $T(s)=v_u(s)/i_{in}(s)$ abbia le dimensioni di una resistenza.



c) I_{max}(100Hz)=756nA; I_{max}(1GHz)=5.5μA.

d) $HD_2(I_{in})\cong 0\%$; $HD_2(V_{in})\cong 10\%$;

E 4.12 *Stimare la distorsione di seconda armonica, HD_2, di ognuno dei seguenti circuiti ed indicare quello più distorcente. Si consideri β=100*



(Minima, elevata, minima)

4.5 STADI BJT CON RESISTENZA SULL'EMETTITORE

Gli amplificatori a BJT con l'Emettitore comune visti nei paragrafi precedenti hanno un guadagno di tensione $G=-g_m \cdot R$ dipendente, attraverso g_m, dal particolare transistore utilizzato. Infatti, i valori di I_C e g_m dipendono dal β del transistore, che può variare da dispositivo a dispositivo e con la temperatura di parecchie decine di %.
Vediamo se, come visto con i MOSFET, anche nei circuiti a BJT (Fig.4.13) l'aggiunta di una semplice resistenza R_E tra l'emettitore e l'alimentazione consenta di rendere l'amplificazione meno dipendente da g_m.

4.5.1 Calcolo della polarizzazione

Nei prossimi due esercizi si ha modo di apprezzare i vantaggi nella stabilizzazione della polarizzazione.

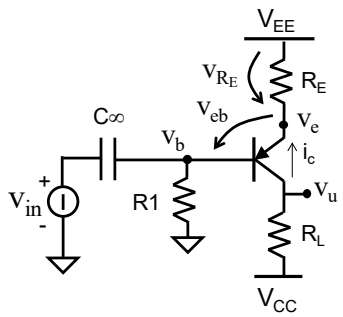
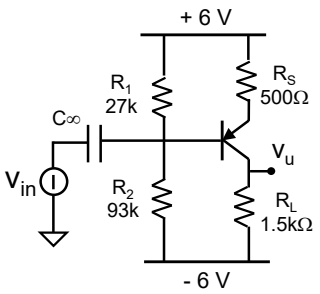


Fig. 4.13 *Esempio di stadio amplificatore a BJT con resistenza sull'Emettitore.*

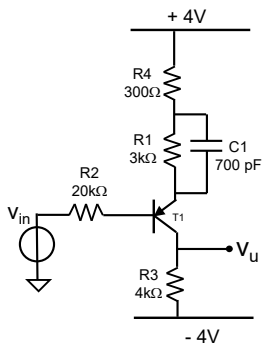
E 4.13 *a) Studiare la polarizzazione del seguente circuito utilizzante un BJT con β=200.*
b) Modificare il circuito affinché le variazioni della corrente di polarizzazione nei casi di β=50, β=100, β=200, siano inferiori all'1%



Assumendo $I_B \approx 0$, $V_B=3.3V$, la corrente nelle resistenze del partitore è 100μA, $V_E=4V$, $I_C \approx I_E=4mA$ e $V_u=0V$.

Considerando che $I_B \approx 20\mu A$ (ben il 20% della corrente nel partitore di polarizzazione) si può compiere una seconda iterazione e pervenire ad un valore più preciso di V_B. Si ottiene $V_B=3.7V$, a cui corrispondono $I_C=3.2mA$ e $I_B=16\mu A$. Con una terza iterazione si perviene a $V_B=3.63V$, $I_C=3.3mA$ e $I_B=16.6\mu A$. Poiché lo scostamento con l'iterazione precedente è piccolo (<4%) ci si può fermare qui a $V_u=-1.05V$. Il metodo iterativo di calcolo potrebbe essere ripetuto di nuovo se fosse veramente richiesto un calcolo più preciso di I_C. Si noti che in questo circuito la valutazione in prima approssimazione della I_C (4mA) è significativamente diversa dal valore ottenuto dopo la prima iterazione (3.2mA). Ciò non sarebbe accaduto se si fosse scelto, ad esempio, $R_1=2.7k\Omega$ e $R_2=9.3k\Omega$.

E 4.14 *Considerare l'amplificatore della figura accanto, in cui il BJT abbia β=50 e Va=∞.*
a) Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita in assenza di segnale.
b) Calcolare la transconduttanza del BJT.



Assumendo inizialmente $I_B \approx 0$, $V_E=0.7V$ e $I_E=1mA$. Dato il basso valore di β e l'elevato valore di R2, può non essere trascurabile la caduta di tensione ai capi di R2 e quindi conviene controllare l'effettivo valore di V_E. A tal fine $I_B=20\mu A$ e la nuova stima di $V_E=1.1V$, da cui si ottiene $I_E=0.88mA$. Con una nuova iterazione si otterrebbe $I_B=17\mu A$ ed $I_E=0.89mA$. Non essendoci bisogno di altre iterazioni perché le differenze sono piccole, trovo $V_U=-0.46V$. Verifico che così la giunzione Base-Collettore sia in inversa e che quindi il BJT stia effettivamente lavorando in zona attiva diretta.

b) $g_m=35mA/V$ ($1/g_m=28\Omega$).

4.5.2 Calcolo dell'amplificazione di tensione

Ora analizziamo le conseguenze dell'aggiunta della resistenza R_E nell'amplificazione del segnale tra l'ingresso e l'uscita, consci del fatto che inevitabilmente la tensione di segnale v_{in} si dovrà ripartire tra la giunzione Base-Emettitore e la resistenza R_E stessa :

$$v_{in} = v_{eb} + v_{RE}$$

e quindi il segnale di corrente prodotto dal transistore sarà minore di quello in un circuito ad Emettitore comune.

L'analisi su piccolo segnale del circuito della Fig.4.13, vale a dire lo studio delle sole variazioni lineari di corrente e di tensione prodotte dal segnale v_{in}, ci porta ad impostare il seguente sistema:

$$\begin{cases} (v_b - v_e) g_m = i_c \\ \dfrac{v_e}{R_E} = i_c \end{cases}$$

Risolto, esso fornisce la corrente di segnale:

$$\boxed{i_c = \frac{v_b}{\frac{1}{g_m} + R_E}} \tag{4.25}$$

La relazione sintetizza come la corrente di segnale possa essere semplicemente calcolata come una "legge di Ohm" tra la tensione alla base e le due resistenze in serie del transistore ($1/g_m$) e di R_E.
La variazione della tensione di uscita determina il guadagno del circuito (nel nostro caso in cui $v_{in}=v_b$) :

$$G = \frac{v_u}{v_{in}} = -\frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R_E} = -\frac{g_m R_L}{1 + g_m R_E} \tag{4.26}$$

Questo risultato mette in evidenza che se $R_E >> 1/g_m$ il guadagno di tensione si semplifica in

$$G \cong -\frac{R_L}{R_E} \tag{4.27}$$

Il risultato è interessante perché mostra come il guadagno possa essere indipendente dai parametri del transistore e dipendere solo dal valore delle due resistenze R_L ed R_E, che possono essere scelte con la voluta precisione e che mantengono stabili nel tempo le loro caratteristiche. Questa **stabilità del**

guadagno a fronte di variazioni di β o altro, ovvia dalla (4.27) non comparendo nell'espressione alcun termine legato al transistore, si mantiene anche nel caso in cui al denominatore della (4.26) non fosse possibile trascurare l'addendo "1". In questo caso il calcolo della sensibilità del guadagno ad esempio al variare del β porterebbe alla seguente espressione (ottenuta ipotizzando di avere già calcolato la variazione della polarizzazione V_{GS}):

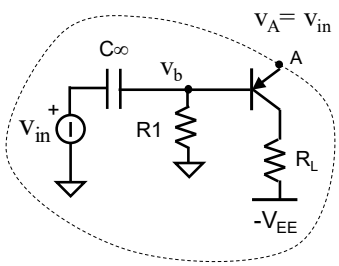
$$\frac{\partial G}{G} = \frac{\partial \beta}{\beta} \frac{1}{(1 + g_m R_E)} \tag{4.28}$$

che evidenzia come le prestazioni del circuito siano migliorate rispetto al caso di R_E=0 del fattore $(1+g_mR_E)$.

Il prezzo pagato per ottenere questo miglioramento in stabilità è un minore guadagno rispetto allo stadio ad Emettitore comune, in ragione del fattore $(1+g_mR_E)$ come visibile nella (4.26) (con R_E=0, il guadagno ritorna naturalmente ad essere $G=-g_m \cdot R_L$). Spesso si indica R_E con il termine "*resistenza di degenerazione*". Il dispregiativo rende conto di questa perdita di amplificazione, ma non fa giustizia del notevole miglioramento delle prestazioni in termini di stabilità alle variazioni dei parametri del BJT e, vedremo presto, di linearità, impedenza, banda passante e altro che l'introduzione di R_E comporta !

4.5.3 Calcolo della partizione del segnale tra v_{be} e la resistenza di Emettitore

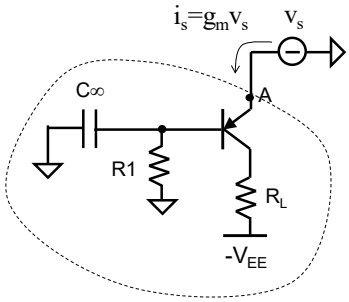
E' utile approfondire la (4.25) che ha la forma di una legge di Ohm dove la corrente di segnale i_c è ottenuta semplicemente dividendo il segnale di tensione alla Base, v_b, con la serie di due resistenze $(1/g_m+R_E)$. In alternativa al calcolo analitico appena svolto, per calcolare la corrente di segnale prodotta nel transistore dal segnale di ingresso v_{in} è comodo porsi nel punto di Emettitore (dove effettivamente scorre la corrente che si vuole calcolare) e valutare il circuito equivalente Thevenin dello stadio che comanda la resistenza, come visualizzato nella Fig.4.14. Per fare ciò occorre calcolare:



(a) la **tensione di segnale a vuoto v_{eq}** nel punto A. Per fare ciò si deve pensare di valutare il segnale di tensione che si avrebbe nel nodo A qualora il nodo A fosse scollegato per il segnale dal resto del circuito. Se l'Emettitore è aperto, qualunque sia la variazione del potenziale della Base, il segnale di

corrente che fluisce nel transistore è nullo. Quindi anche la variazione v_{eb} della tensione di comando del transistore è nulla. Ne consegue che la variazione di tensione imposta alla Base si riporta identica come variazione del potenziale del punto A, ovvero la tensione a vuoto nel punto A del circuito è pari al segnale sulla base, nel nostro caso v_{in}.

(b) la **resistenza equivalente r_{eq}** vista *guardando* in A, cioè nell'Emettitore del transistore. Per fare ciò si deve pensare di disattivare il generatore v_{in}, di rimuovere la resistenza R_E e di forzare l'Emettitore con un generatore di sonda di tensione v_s o di corrente i_s. Avendo cortocircuitato il generatore v_{in}, la Base del BJT si trova a massa e la tensione impressa v_s si applica tra i morsetti della Base e dell'Emettitore del BJT. Quindi la corrente i_s che viene assorbita dal BJT è pari a $i_s=g_m \cdot v_{eb}$. Il rapporto tra la tensione di sonda e la corrente assorbita dà la resistenza vista tra il morsetto A e massa. Essa è pari, quindi, a



$$r_{eq} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{1}{g_m} \tag{4.29}$$

In entrambe queste operazioni bisogna immaginare di avere comunque salvaguardata la polarizzazione che ha tenuto acceso il transistore nel corretto punto di lavoro e che definisce il valore di g_m.

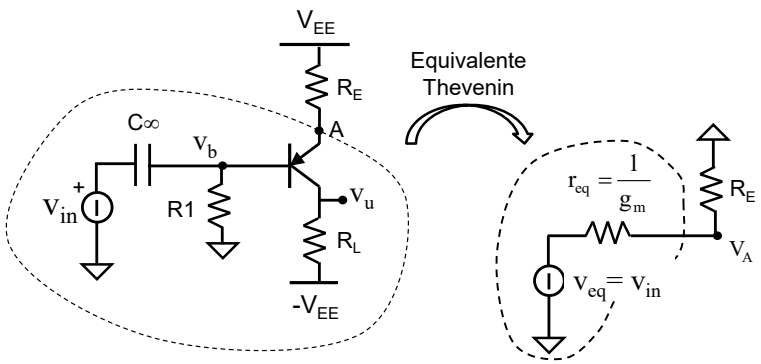


Fig. 4.14 *Riduzione del circuito che comanda R_E al suo modello equivalente Thevenin per piccoli segnali.*

Ricavati gli elementi che compongono il circuito equivalente Thevenin della Fig.4.14, è immediato valutare la corrente che fluisce nella resistenza R_E, già trovata nella (4.25):

$$i_c = v_{in} \frac{1}{\frac{1}{g_m} + R_E}$$

E' altrettanto immediato calcolare la partizione di v_{in} tra v_{be} e v_{R_E}:

$$v_{be} = v_{in} \cdot \frac{\frac{1}{g_m}}{R_E + \frac{1}{g_m}} \qquad v_{R_E} = v_{in} \cdot \frac{R_E}{R_E + \frac{1}{g_m}} \tag{4.30}$$

Se $R_E >> 1/g_m$, allora $v_{R_E} \cong v_{in}$, e la corrente circolante in R_E, e quindi nel transistore, è praticamente indipendente dai parametri del BJT.

Valutiamo ora cosa accade nel caso più comune in cui l'amplificatore sia forzato da un generatore di tensione reale con resistenza serie R_g (Fig.4.15).
La **tensione di segnale a vuoto** tiene conto della partizione del segnale tra il punto di applicazione di v_{in} e la tensione alla Base, ed è data dalla relazione

$$v_{eq} = v_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_g} \tag{4.31}$$

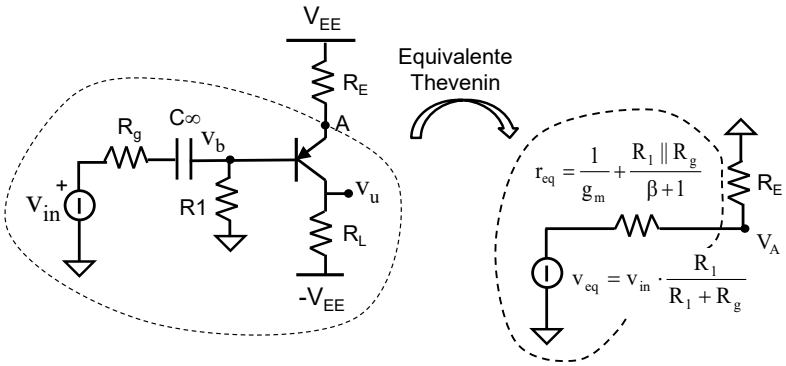


Fig. 4.15 *Circuito equivalente di un amplificatore a BJT con resistenza di degenerazione sull'Emettitore pilotato da un generatore reale di segnale.*

Quanto alla **resistenza equivalente vista da A**, in questo caso è più comodo (ma non obbligatorio) pensare di forzare una corrente di sonda i_s e valutare la corrispondente variazione della tensione al morsetto A. La corrente è iniettata nell'Emettitore ed una parte, pari a $i_s/(\beta+1)$, costituisce la corrente di Base. Quindi ai capi degli elementi resistivi collegati tra Base e massa (nel caso in figura $R_1 \| R_g$), si sviluppa una tensione pari a $(R_1 \| R_g) i_s/(\beta+1)$. Di conseguenza il valore di r_{eq} non è più solo $1/g_m$ ma

$$r_{eq} = \frac{1}{g_m} + \frac{R_1 \| R_g}{\beta + 1} \tag{4.32}$$

Essa ci indica come la resistenza collegata alla base sia vista dall'emettitore ridotta in valore del fattore $(\beta+1)$.

4.5.4 Impedenza di ingresso

Valutiamo ora la resistenza vista dal segnale *guardando* nella Base di un BJT con la resistenza di degenerazione. Per effettuare il calcolo ci si può avvalere del circuito riportato nella Fig.4.16. Si può pensare di forzare un segnale di tensione v_s e di valutare la corrente i_s che corrispondentemente fluisce in Base :

$$\begin{cases} (v_S - v_E) g_m = i_C \\ \dfrac{v_E}{R_E} = i_S + i_C \\ i_S \beta = i_C \end{cases} \tag{4.33}$$

Risolvendo il sistema si ottiene la resistenza vista in Base

$$\frac{v_s}{i_s} = \frac{\beta}{g_m} + (\beta + 1) R_E \cong \frac{\beta}{g_m}(1 + g_m R_E) \tag{4.34}$$

La resistenza vista *guardando* nella Base di un BJT è quindi pari alla resistenza tra Base ed Emettitore ($\beta/g_m = r_\pi$) in serie alla resistenza di degenerazione R_E aumentata del fattore (β+1) del transistore.

Questo aumento dell'impedenza vista in Base, spesso molto pronunciato, è uno dei vantaggi di questa configurazione rispetto al semplice Emettitore comune. Si noti come nella (4.34) l'aumento di impedenza rispetto al valore r_π è pari circa al solito fattore ($1+g_m R_E$) !
Si noti come la presenza di una resistenza R_L sul collettore non modifichi il sistema (4.33) e quindi la resistenza vista dalla Base trovata nella (4.34). Questo perché non c'è alcun flusso significativo di corrente che dal contatto di Base va verso il Collettore.

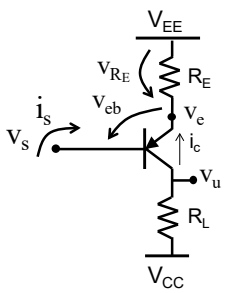


Fig. 4.16 *Calcolo dell'impedenza vista dalla Base di un BJT con resistenza di degenerazione sull' Emettitore.*

Le impedenze viste in un transistore bipolare sono riassunte nella Fig.4.17:

- la resistenza vista ***guardando* in Base** è pari alla resistenza differenziale della giunzione Base-Emettitore ($\cong 1/g_m$) ed alla eventuale resistenza R_E posta in serie all'Emettitore, entrambe moltiplicate per il fattore β.

- la resistenza vista ***guardando* in Emettitore** è pari ad $1/g_m$ più la resistenza posta tra il morsetto di Base e massa divisa per il fattore β;

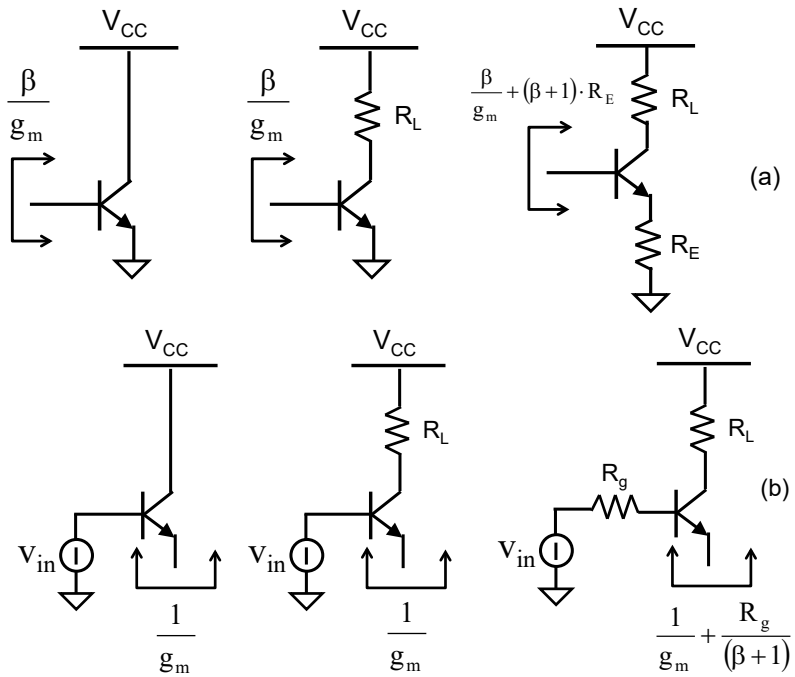
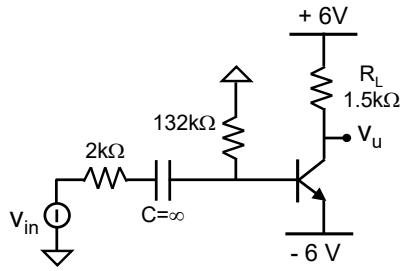
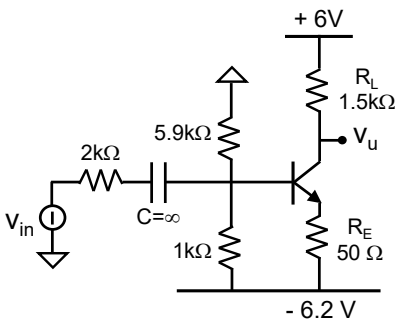


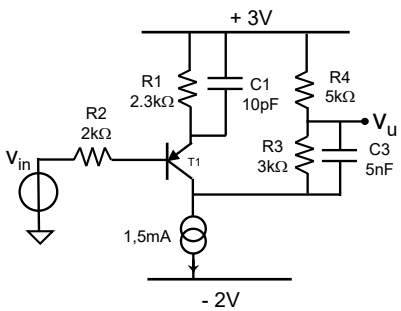
Fig. 4.17 *Quadro riassuntivo delle impedenze viste dalla Base (a) e dall'Emettitore (b) di un BJT al variare dei carichi sugli altri due morsetti, supponendo* $r_O = \infty$.

E 4.15 *Si confrontino i due circuiti seguenti (β=100, $V_A=\infty$), in cui la polarizzazione del BJT è identica.*
a) – Calcolare la polarizzazione dei circuiti e confrontare la robustezza a variazioni di β calcolando la variazione di I_C quando β cambia del 20% a seguito di una variazione di temperatura.
b) – Commentare la scelta del partitore che fissa la tensione di Base per quanto riguarda le ripercussioni sul guadagno di tensione v_u/v_{in} ed eventualmente proporre modifiche del partitore atte ad aumentare il guadagno del circuito senza penalizzarne la robustezza ai cambiamenti dei parametri costruttivi.





E 4.16 *Considerare il circuito della figura accanto, in cui il BJT abbia β=200 e Va=∞.*
a) Calcolare il valore di polarizzazione della tensione di uscita Vu.
b) Calcolare il guadagno G=Vu/Vin a bassa frequenza del circuito.

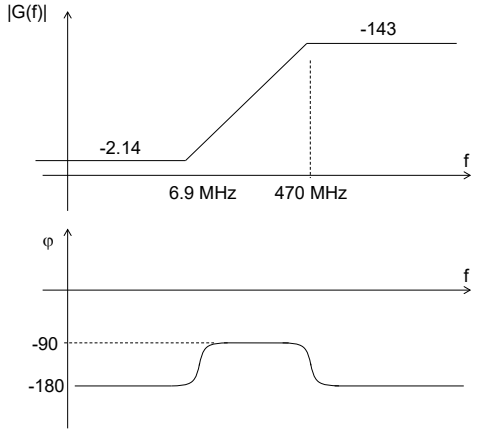


c) Tracciare il diagramma di Bode (modulo e fase) del trasferimento G(f)=Vu(f)/Vin(f), dopo avere calcolato poli e zeri.
d) Calcolare la potenza di picco che il generatore di segnale deve essere in grado di fornire a bassa frequenza e ad alta frequenza quando in ingresso viene applicato un segnale di ampiezza 2mV.
e) Calcolare la dinamica di ingresso, positiva e negativa, del circuito a bassa frequenza

a) Trascurando la corrente di base (5μA), si otterrebbe Vu =+0.5V. Tenendone conto si otterrebbe Vu≅+0.47V.

b) $G_{LF}\cong$-2.14

c) R3 e C3 non si manifestano nella funzione di trasferimento $v_u(s)/v_{in}(s)$; infatti la corrente di Collettore del BJT fluirà comunque oltre ad esse e raggiungerà comunque sempre la resistenza R4. Formalmente, se calcolaste il polo e lo zero di R3 e C3 trovereste la stessa espressione, concludendo che il polo e lo zero coincidono e si elidono.
La presenza di C1 viceversa ci dice che a bassa frequenza il BJT mostra la resistenza di degenerazione R1 e che invece ad alta frequenza il BJT si comporta come ad emettitore a massa. I corrispondenti valori del polo e dello zero sono: $f_z\cong$6.9MHz, $f_p\cong$470MHz. Ad alta frequenza $G_{HF}\cong$-143.



d) $P_{LF}\cong$8.7pW, $P_{HF}\cong$570pW

e) $V_{in+}\cong$292mV (si faccia attenzione che il collettore del BJT non può scendere sotto i -2V), $V_{in-}\cong$339mV

4.5.5 Distorsione armonica

Come visto in dettaglio nel caso di un MOSFET nel §3.6.4, analogamente con il BJT si ha un miglioramento della linearità con l'introduzione della resistenza R_E. Due sono i motivi del miglioramento: 1) solo una frazione v_{be} del segnale d'ingresso viene effettivamente a pilotare il BJT, quindi un segnale minore, ma anche 2) l'eccesso di corrente rispetto al calcolo lineare modifica ulteriormente v_{be} (con un effetto legato alla architettura intrinsecamente "retroazionata" dello stadio) favorendo un comportamento più simmetrico per semionde positive e negative. Infatti in un *npn* ad un aumento di v_b, corrisponderà un aumento di v_{be} che comporterà un aumento più che lineare della corrente di Collettore. Poiché questa scorre in R_E, farà salire v_e di più di quanto questo non salga quando il fenomeno è descritto linearmente. Questo va a contrastare l'iniziale maggiore v_{be}, riducendola. Pertanto ci aspettiamo che la non linearità (e quindi la distorsione armonica) venga ridotta dalla presenza di R_E di più della semplice partizione lineare data dalla (4.30).

Per calcolarla in dettaglio, consideriamo la risposta esponenziale del transistore semplificata nei primi termini del suo sviluppo in serie. Partendo dall'equazione (4.6) che fornisce la variazione della corrente di Collettore a fronte di una variazione v_{be}, si imposta il seguente sistema:

$$\begin{cases} (v_{in} - v_e)\cdot g_m + \dfrac{I_C}{2\cdot V_{th}^2}(v_{in} - v_e)^2 = i_c \\ \dfrac{v_e}{R_E} = i_c \end{cases} \tag{4.35}$$

Sostituendo la seconda nella prima si ottiene :

$$\frac{I_C}{2\cdot V_{th}^2} R_E^2 \cdot i_c^2 - \left[R_E g_m + 2\frac{I_C}{2\cdot V_{th}^2} R_E v_{in} + 1 \right]\cdot i_c + \left[g_m v_{in} + \frac{I_C}{2\cdot V_{th}^2} v_{in}^2 \right] = 0$$

Risolvendo in analogia a quanto fatto in §3.6.4, si ottiene il fattore di non linearità:

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{I_C}{2\cdot V_{th}^2}\dfrac{1}{(1+g_m R_E)^3}\cdot v_{in}^2}{\dfrac{g_m}{(1+g_m R_E)}\cdot v_{in}} = \frac{v_{in}}{(1+g_m R_E)}\cdot\frac{I_C}{2\cdot V_{th}^2}\frac{1}{g_m}\cdot\frac{1}{(1+g_m R_E)}$$

Ricordando che $g_m = I_C/V_{th}$, l'espressione può essere riscritta come:

$$\varepsilon = \frac{v_{in}\dfrac{\frac{1}{g_m}}{\frac{1}{g_m}+R_E}}{2\cdot V_{th}}\cdot\frac{1}{(1+g_m R_E)}$$

o nella forma più generale :

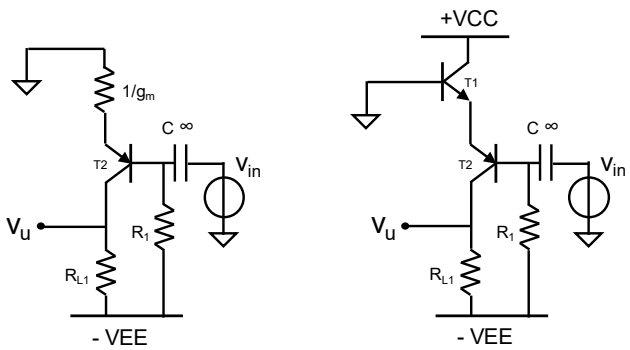
$$\varepsilon = \frac{v_{be}}{2\cdot V_{th}}\cdot\frac{1}{(1+g_m R_E)} \tag{4.36}$$

dove il numeratore contiene v_{be}, cioè la partizione del segnale v_{in} ai capi del transistore calcolata come se il trasferimento fosse lineare, cioè con $1/g_m$ costante.
La (4.36) ci dice che la non linearità è minore di un fattore $(1+g_mR_E)$ di quella che si avrebbe se si considerasse solo la partizione lineare del segnale ai capi del BJT.
In analogia con quanto trovato con la (4.21) nel caso di amplificatore con l'Emettitore a massa, anche ora si può verificare che la distorsione di 2° armonica vale

$$HD_2 = \frac{\varepsilon}{2} \tag{4.37}$$

RIFLETTIAMO

I due circuiti seguenti hanno identico comportamento su piccolo segnale. Provate a convincervene.



Per grandi segnali, invece, il loro comportamento è diverso.

1) Quale dei due circuiti distorce di più ?
2) In quale dei due circuiti la tensione di comando del transistore T2 è sempre la stessa frazione di V_{in} qualunque sia l'ampiezza di V_{in} ?
3) Quale dei due circuiti riesce meglio a minimizzare il comando v_{eb} di T2 al variare dell'ampiezza di V_{in} in modo da migliorare la distorsione prodotta nella corrente di uscita ?

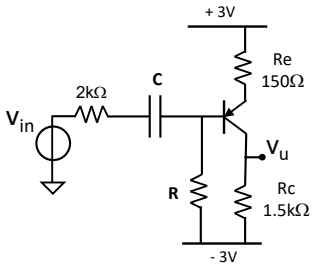
E 4.17 *Con riferimento al seguente circuito in cui il BJT ha β=300 e curve caratteristiche ideali (V_A=∞).*

a) Scegliere il valore di R affinché V_u=0V.

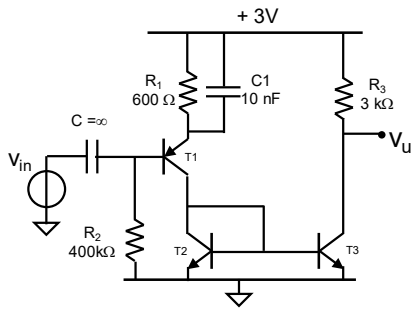
b) Scegliere il valore di C affinché la frequenza del polo del circuito sia a f=100Hz

c) Scegliere l'ampiezza di v_{in} affinché HD_2=1%.

d) Scegliere la massima ampiezza negativa di v_{in} oltre cui il BJT satura.



E 4.18 *Si consideri il seguente amplificatore a BJT in cui β=100 e Va=∞.*



a) Calcolare la tensione dell'uscita Vu in assenza di segnale.

b) Calcolare il guadagno del circuito a bassa frequenza, G(0), e disegnare in un grafico quotato il diagramma di Bode del modulo e della fase del guadagno G(s)=vu(s)/vin(s) a tutte le frequenze.

c) Calcolare la distorsione HD2 del circuito, sia a bassa che ad alta frequenza, quando in ingresso viene applicato un segnale sinusoidale di ampiezza 20mV

a) Può convenire notare che la somma delle tensioni su R2, sul BJT e su R1 deve valere 3V:

$$I_c \cdot 600\Omega + 0.7 + \frac{I_c}{\beta} \cdot 400k\Omega = 3V$$

Da questa si ricava la polarizzazione del circuito: I_c=500μA, V_{B1}=2V e V_u=+1.5V. $g_{m1}=g_{m2}=g_{m3}$=20mA/V.

In alternativa all'equazione di bilancio, si sarebbe potuto procedere con un metodo iterativo. In questo caso bisogna fare attenzione perché il valore elevato di R2 rende molto sensibile l'iterazione e porta facilmente il calcolo fuori dalla dinamica possibile. Ad esempio ipotizzando come primo tentativo che V_B=1.5V, cioè a metà delle alimentazioni, si troverebbe V_B=5V al secondo giro, già fuori dai valori consentiti. Si è quindi indotti a partire con un valore di V_B più alto di

1.5V, ad esempio V_B=2V, scoprendo che è proprio quello giusto (fortunati in questo caso nella scelta).

b) A bassa frequenza : $G(0) = +\frac{R_3}{\frac{1}{g_m}+R_1} = +4{,}6$

Ad alta frequenza : $G(\infty) = +\frac{R_3}{1/g_m} = +60$

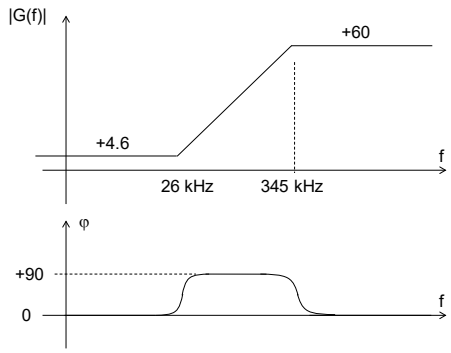
Il circuito quindi avrà uno zero a : $f_z = +\frac{1}{1+sC\cdot R_1} = 26kHz$

che starà giustamente prima del polo : $f_p = +\frac{1}{1+sC\cdot\left(R_1 \| 1/g_m\right)} = 345kHz$

Il circuito è quindi rappresentato dalla seguente funzione di trasferimento :

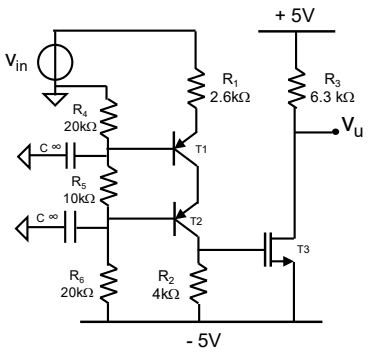
$$G(s) = +\frac{R_3}{\frac{1}{g_m}+R_1}\cdot\frac{1+sC\cdot R_1}{1+sC\cdot\left(R_1 \| 1/g_m\right)}$$

La cui visualizzazione grafica è la seguente:



C) HD2(LF)=0.11% ; HD2(HF)=20%

E 4.19 *Si analizzi il circuito accanto, in cui il BJT abbia β=300 e V_a=∞ ed il MOSFET abbia V_T=1V, k=1mA/V^2 e Va=∞.*



a) Calcolare la tensione dell'uscita Vu in assenza di segnale.
b) Calcolare il guadagno di tensione tra ingresso ed uscita del circuito in centrobanda.
c) Dopo avere riflettuto su quale dei 3 transistori contribuisca maggiormente alla distorsione del segnale all'uscita, calcolare la distorsione di seconda armonica all'uscita quando in ingresso viene applicata una sinusoide ampia 20mV.
e) Calcolare la massima ampiezza A_{max} di una sinusoide $V_{in}(t)=A\cdot sin(\omega t)$ applicabile al circuito .

a) -1.3V
b) G=-19
c) T1 si comporta come un BJT con la resistenza di degenerazione (R1). Infatti la tensione v_{in} cade proprio sulla serie di v_{be} e R1. Poiché R1 è molto grande rispetto a $1/g_m$, mi aspetto che la distorsione introdotta sia molto piccola: facendo i calcoli ottengo

$$HD2|_{T1} \cong \frac{1}{2}\frac{v_{eb}}{2V_{th}}\frac{1}{(1+g_m R_1)} = 0.007\%$$

T2 è un buffer di corrente e non introduce alcuna distorsione (tanta corrente entra e tanta corrente esce, invariata nella componente spettrale).
T3 introduce tutta la distorsione di un MOSFET senza degenerazione:

$$HD2|_{T3} \cong \frac{1}{2}\frac{v_{gs}}{2V_{OD}} = 0.75\%$$

La distorsione globale del circuito sarà quindi data da quest'ultimo contributo.

d) Per segnali v_{in} positivi il limite è dato dall'entrata in zona Ohmica di T3 (il suo Drain scende e non può andare sotto la tensione del Gate di più di una soglia) e vale 131mV.
Per segnali v_{in} negativi il limite è ancora dato da T3, in questo caso dal suo spegnimento. Questo avviene quando V_G=-4V a cui corrisponde v_{in}=-650mV.
Pertanto A_{max}=131mV.

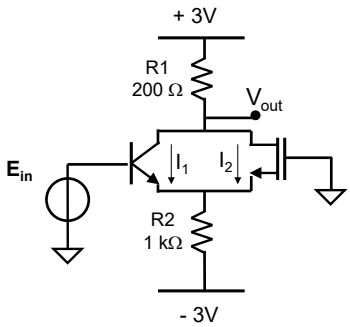
E 4.19

Si consideri il seguente circuito in cui il BJT ha un β=100 ed il MOSFET una V_T=1V e $k=\frac{1}{2}\mu C_{ox}W/L$=1 mA/V^2.

a) Calcolare le correnti I_1 e I_2 quando E_{in}=0V, E_{in}=+2V, E_{in}=-2V

b) Immaginando di sovrapporre a E_{in} un piccolo segnale v_{in}, calcolare il guadagno v_{out}/v_{in} nei tre punti di lavoro precedentemente calcolati.

c) Valutare la dinamica dell'escursione di E_{in} che mantiene in zona attiva diretta il BJT.



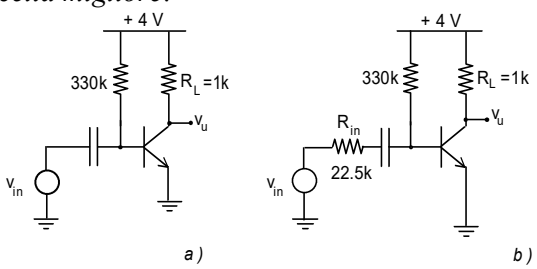
E 4.20

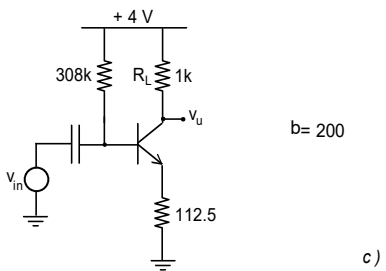
Si consideri il semplice circuito indicato con (a) nella figura, in cui è immediato verificare che l'ampiezza del segnale di ingresso, che assicura un errore di linearità non superiore al 23%, è di v_{in}=±10mV.

Si pensi ora di voler modificare questo circuito per estendere l'intervallo del segnale di ingresso fino a v_{in}=±100mV, mantenendo inalterata la massima non linearità al 23%.

a) Verificare che, sia la modifica al circuito proposta nella figura (b) che quella proposta nella figura (c), soddisfino alla richiesta.

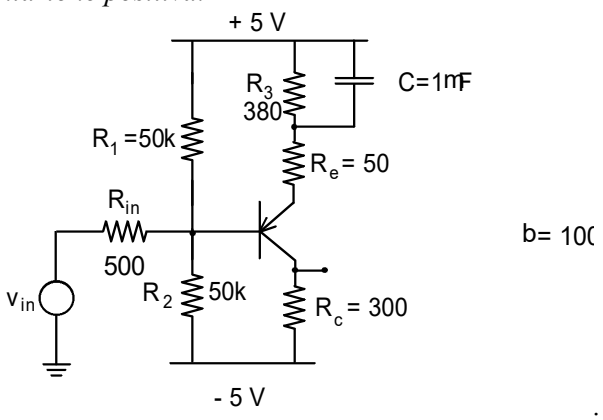
b) Qual è la scelta migliore?





Poiché il segnale in ingresso al circuito (*a*) è applicato direttamente alla base del transistore e l'emettitore è a massa, si ha che $v_{be}=v_{in}=\pm 10mV$. In base alla (4.12), l'errore di linearità pari al 23%. Il circuito presenta un guadagno di tensione $G=v_u/v_{in}=-80$. Le modifiche al circuito atte ad estendere l'intervallo del segnale di ingresso mantenendo inalterato l'errore possono essere le più varie purché, sempre, la partizione in ingresso tra il segnale v_{in} e la tensione di comando del transistore dia $v_{be}=\pm 10mV$. Entrambi i circuiti proposti verificano questa condizione per segnali di ingresso $v_{in}=\pm 100mV$.
Infatti, nel circuito della figura (*b*), la partizione tra le due resistenze $R_{in}=22.5k\Omega$ e $r_\pi=2.5k\Omega$ determina una v_{be} massima di $\pm 10mV$. La partizione del segnale di ingresso del fattore 10 comporta naturalmente anche una corrispondente diminuzione del guadagno, che diventa $G=v_u/v_{in}=-8$.
Anche il circuito della figura (*c*) soddisfa alle condizioni imposte. La partizione tra $1/g_m=12.5\Omega$ e $R=112.5\Omega$ consente di avere ancora, al massimo, $v_{be}=\pm 10mV$. Anche in questo caso il guadagno dello stadio è ridotto di un fattore 10 e vale quindi -8.
Il vantaggio di quest'ultima configurazione, rispetto a quella della figura (*b*), è che tutte le proprietà del circuito vengono migliorate del fattore 10 perso nel guadagno. Questo circuito è cioè riuscito a far tesoro del vincolo di progetto di estendere la dinamica di ingresso per avere contemporaneamente quei miglioramenti delle caratteristiche dello stadio determinate dall'introduzione della resistenza di degenerazione.

E 4.21 *Tracciare il diagramma di Bode del trasferimento v_u/v_{in} del seguente circuito al variare della frequenza. Verificare che la massima amplificazione si abbia per frequenza maggiori di circa 3kHz. Verificare che il circuito sia particolarmente insensibile a disturbi a bassa frequenza (per esempio a 50Hz), presenti sia sulla linea del segnale che sulla alimentazione positiva.*



Dallo studio della polarizzazione si trova $1/g_m=2.5\Omega$ e la resistenza vista guardando in Emettitore è $r_e=[1/g_m+(R_1||R_2||R_{in})/(\beta+1)]=7.5\Omega$. A bassa frequenza lo stadio amplifica circa $300\Omega/430\Omega=0.7$, mentre per frequenze superiori al polo del condensatore $\omega\cong 1/[R_3||(R_e+r_e)C]$, f=3.1kHz, la impedenza di questo diventa minore di quella della resistenza R_3 e quindi l'amplificazione tende al valore 300/50=6. Nel diagramma di Bode dell'amplificazione dello stadio c'è quindi uno zero ed un polo. Lo zero si ha per $\omega=1/(R_3C)$. Il risultato si può giustificare considerando che la rete R_3,C per $s=-1/R_3C$ ha impedenza infinita, e quindi la trasformata di Laplace dell'amplificazione dello stadio - $Z_C(s)$ / $Z_e(s)$ (rapporto delle impedenze sul Collettore e sull'Emettitore) si annulla per $s=-1/R_3C$.

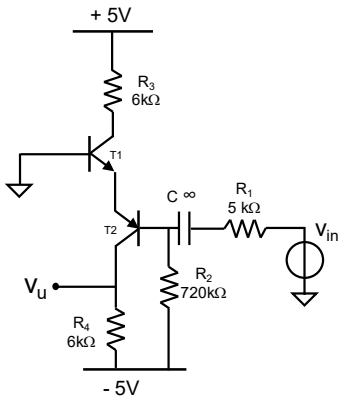
E 4.22

Si analizzi il circuito accanto, il cui BJT ha $\beta=100$ e $Va=\infty$.

a) Calcolare la tensione dell'uscita Vu in assenza di segnale. (Find Vu when no signal is applied)

b) Calcolare il guadagno del circuito a media frequenza. (Find the gain of the circuit at medium frequency)

c) Calcolare la massima ampiezza Amax di una sinusoide Vin(t)=A.sin(ωt) di media frequenza applicabile al circuito (Find the maximum amplitude Amax of a sinusoid Vin(t)=A.sin(ωt) at medium frequency that can be applied to the input)



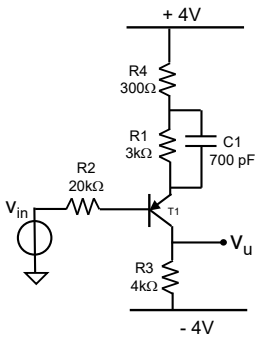
d) Calcolare la distorsione di seconda armonica all'uscita quando in ingresso viene applicata una sinusoide ampia 5mV. (Find the value of HD2 at Vu when a 5mV sinusoid is applied to the input).

a) $V_u=-2V$; $g_m=20mA/V$
b) $G\cong -40$
c) $A_{max}=27mV$
d) 1.6%. Questo è il caso in cui non si ha degenerazione ma la tensione alla base di T2 si distribuisce in maniera uguale sui due transistori, qualunque sia la sua ampiezza.

E 4.23 *Riprendere il circuito dell' E4.5 riproposto qui accanto (BJT con β=50 e Va=∞.*

Calcolare il peggioramento nella distorsione del segnale all'uscita passando da bassa frequenza ad alta frequenza quando si applica una sinusoide ampia 10mV all'ingresso, inteso come rapporto tra HD2(HF)/HD2(LF).

.



Fare attenzione che cambia sia la frazione v_{eb} di segnale che va a cadere tra Base ed Emettitore sia il valore della resistenza di degenerazione. Si ottiene *HD2(HF)/HD2(LF)=55*.

4.5.6 Effetto della tensione di Early

L'uso di un transistore reale avente una definita tensione di Early, V_A, in un circuito con resistenza di degenerazione, non modifica sostanzialmente la **polarizzazione** dello stadio. Infatti, riferendosi per esempio al circuito della Fig.4.18, poiché la tensione di Base è fissata dal partitore, anche la tensione di Emettitore è fissata (circa 0.7V sopra). Pertanto viene fissata la corrente in R_E. Essa fluirà nel BJT "dividendosi" tra la componente ideale e quella in r_0, per poi ricomporsi in R_L. Ai fini quindi della corrente nelle resistenze esterne, la presenza

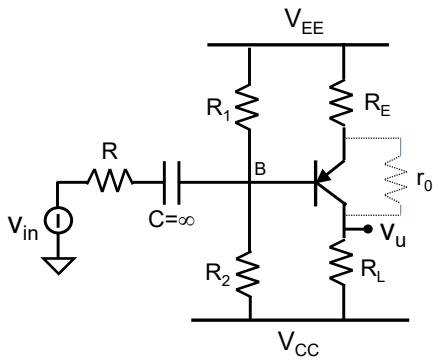


Fig. 4.18 *Amplificatore con resistenza di degenerazione sull'Emettitore utilizzante un BJT reale con V_A finita .*

di r_0 è ininfluente (essa determina solo una minima variazione della V_{EB} effettiva, per noi del tutto trascurabile).
Anche il comportamento dell'amplificatore su **segnale** non viene modificato significativamente rispetto a quanto visto con un transistore ideale. Con riferimento infatti alla Fig.4.18, i bilanci di corrente di segnale ai due nodi di Emettitore e di Collettore del circuito permettono di impostare il seguente sistema:

$$\begin{cases} (v_e - v_{in}) \cdot g_m + \dfrac{(v_e - v_u)}{r_0} = -\dfrac{v_e}{R_E} \\ \dfrac{v_u}{R_L} = -\dfrac{v_E}{R_S} \end{cases}$$

da cui ricavare l'espressione del guadagno di tensione dell'amplificatore:

$$G = \frac{v_u}{v_{in}} = -\frac{g_m \cdot R_L}{\left(1 + g_m \cdot R_E + \dfrac{(R_L + R_E)}{r_0}\right)} \tag{4.38}$$

Il risultato mostra come, fintanto che $R_L<r_0$ il guadagno dell'amplificatore rimanga sostanzialmente invariato rispetto al caso di transistore ideale con $V_A=\infty$ e pari a:

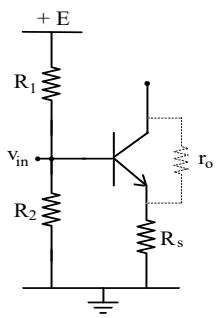
$$G = \frac{v_u}{v_{in}} \cong -\frac{g_m \cdot R_L}{(1 + g_m \cdot R_E)}$$

Se si volesse aumentare il guadagno aumentando R_L bisogna fare attenzione che dalla (4.38) nel caso di $R_L>>r_0$ il guadagno non continua ad aumentare ma raggiunge il valore limite pari a

$$G_{max}=-g_m r_0.$$

Questo è il caso ad esempio di quando il carico R_L è realizzato con un generatore di corrente.

E 4.23 *Si consideri il seguente generatore di corrente. Sostituendo al BJT il suo circuito equivalente per piccoli segnali, valutare simbolicamente la resistenza d'uscita e confrontare l'espressione trovata con la (4.24).*



Procedendo anologamente all'esercizio precedente si trova

$$R_u = R_s || R_b + r_o\left(1+\frac{\beta R_s}{R_s+R_b}\right) \qquad \text{dove} \qquad R_b = r_\pi + R_1 || R_2$$

Si noti che a differenza di quanto accade per i FET, all'aumentare di R_S la resistenza di uscita di un BJT tende al valore finito $(\beta+1)r_o$. Quindi nei generatori di corrente a bipolari non c'è vantaggio ad aumentare eccessivamente il valore di R_S. Questo risultato è formalmente determinato dalla presenza della resistenza r_π tra Base ed Emettitore. Infatti per $r_\pi \to \infty$ la formula precedente coinciderebbe con la (4.24). Fisicamente, la differenza tra le prestazioni limite del BJT e di un FET è determinata dall'esigenza del BJT di avere una corrente di Base per poter operare. Questa non idealità del bipolare è rappresentata proprio dalla resistenza r_π.

Concludendo questo quarto capitolo hai concluso la tua quarta fatica. Sentiti sempre come Ercole.

La quarta fatica che Euristeo impose ad Ercole fu la cattura del cinghiale di Erimanto. Questo animale selvaggio abitava sul monte Erimanto, ma spesso scendeva a valle e devastava i campi e i villaggi, seminando il terrore nei contadini.

Lungo la strada per Erimanto, Ercole fu ospitato in una grotta da Folo, un centauro figlio di Sileno. Ercole chiese al centauro di offrirgli del vino, che i centauri custodivano gelosamente in una giara di terracotta. Non appena Folo la aprì i centauri, attirati dall'odore del vino e temendo che qualcuno potesse rubarlo, fecero irruzione nella grotta, armati di pietre e bastoni. Ercole li scacciò con una torcia ardente e inseguì i centauri fuggiaschi, che si erano rifugiati dal saggio Chirone, centauro immortale che era stato maestro di Ercole.

Dopo aver disperso i centauri, Ercole raggiunse l'Erimanto e trovò il cinghiale: gli diede la caccia fino alla cima della montagna, dove il cinghiale, sfinito dopo la corsa nella neve alta, si accasciò al suolo. Ercole se lo caricò sulle spalle e lo portò a Micene, da Euristeo. La quarta fatica era compiuta.